SÉRIE A, N° 3978
N° D'ORDRE : 4829

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Charley TAIEB

1re THÈSE : Méthode de détermination des profils de densité électronique dans l'ionosphère au moyen de paramètres lus sur les ionogrammes.

2e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues en novembre 1962 devant la Commission d'examen.

MM. THELLIER — *Président.*
VASSY, DELLOUE, RAWER — *Examinateurs.*

SERVICE DES PUBLICATIONS DU C. N. R. S.
13, Quai Anatole-France
PARIS 7e

SÉRIE A, Nº 3978
Nº D'ORDRE : 4829

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Charley TAIEB

1re THÈSE : Méthode de détermination des profils de densité électronique dans l'ionosphère au moyen de paramètres lus sur les ionogrammes.

2e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues en novembre 1962 devant la Commission d'examen.

MM. THELLIER *Président.*
VASSY
DELLOUE *Examinateurs.*
RAWER

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

SERVICE DES PUBLICATIONS DU C. N. R. S.
13, Quai Anatole-France
PARIS 7e

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen. . . . . M. ZAMANSKY

PROFESSEURS

G. JULIA.	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
DE BROGLIE . . .	T	Théories physiques.
PRENANT.	T	Anatomie et Histologie comparées.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST.	T	Chimie organique.
CHAUDRON. . . .	T	Chimie appliquée.
WYART	T	Minéralogie et Cristal.
TEISSIER.	T	Zoologie.
MANGENOT. . . .	T	Biologie végétale (Orsay).
AUGER.	T	Physique quantique et Relativité.
MONNIER.	T	Physiologie Générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E. N. S.).
CARTAN	T	Mathématiques (E. N. S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB.	T	Physique du Globe.
Mlle COUSIN . . .	T	Biologie Animale (S. P. C. N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
DRACH.	T	Zoologie.
KASTLER.	T	Physique (E. N. S.).
ÉPHRUSSI	T	Génétique.
RIVIÈRE.	T	Géologie (S. P. C. N.) et sédim.
GAUTHERET . . .	T	Biologie Végétale (P. C. B.).
LUCAS R.	T	Recherches Physiques.
THOMAS A.. . . .	T	Biologie cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
MORAND.	T	Physique Enseignement.
SOLEILLET. . . .	T	Physique (P. C. B.).
FORTIER.	T	Mécanique expérimentale des fluides.
DANJON.	1	Astronomie.
PETIT.	T	Biologie maritime.
QUENEY.	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN.	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Botanique.
DE CUGNAC . . .	T	Biologie végétale (S. P. C. N.).
Mlle CAUCHOIS . .	T	Chimie Physique.
THELLIER	T	Physique du Globe.
L'HÉRITIER . . .	T	Biologie Générale (Orsay).
GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay).
PONCIN	T	Mécanique Générale.
DUBREIL.	T	Arithmétique et théorie des Nombres.
QUELET	T	Chimie Organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER . . .	T	Chimie macromoléculaire.
CUVILLIER. . . .	T	Micropaléontologie.
JUNG	1	Pétrographie.
TRILLAT.	T	Microscopie et diffraction électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique et structurale.
JACQUINOT. . . .	T	Spectroscopie et physique céleste (Orsay).
VASSY.	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES. . .	T	Théories Physiques.
AMIEL.	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie et Cristallographie.
J. P. MATHIEU . .	T	Physique (Optique).
COUTEAUX. . . .	T	Biologie animale (P. C. B.).
MAY.	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET.	T	Théorie des fonctions et Topologie.
FELDMANN. . . .	T	Biologie végétale marine.
GUINIER.	T	Physique des Solides (Orsay).
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des prob. et Physique mathématique.
SCHWARTZ	T	Calcul différentiel et Intégral.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD. . . .	T	Aviation (Technique Aéronautique).
BRELOT	T	Calcul différentiel et intégral.
NORMANT	T	Synthèse organique générale.
BENARD.	T	Chimie Minérale.
BUVAT.	T	Botanique (E. N. S.).
DUGUE	T	Statistiques Mathématiques.
SOULAIRAC. . . .	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL. . . .	T	Optique théorique et Appliquée.
KIRRMANN. . . .	T	Théories Chimiques.
CHADEFAUD . . .	T	Botanique.
Mlle LE BRETON. .	T	Physiologie de la nutrition.
SALEM.	1	Mathématiques générales.
LELONG	T	Application de l'analyse à la géométrie.
DEVILLERS. . . .	T	Anatomie et Histologie comparées.
EHRESMANN . . .	T	Topologie Algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S. P. C. N.).
GLANGEAUD . . .	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
GODEMENT. . . .	T	Mathématiques (M. P. C.).
PISOT	T	Techniques mathématiques de la Physique.
ROCH	T	Géologie.
SCHATZMAN. . . .	T	Astrophysique.
TERMIER.	T	Paléontologie stratigraphique.
ZAMANSKY. . . .	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M. G. P.).
RIZET.	T	Génétique (Orsay).
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
Mme TONNELAT. .	T	Physique Théorique.
DIXMIER.	T	Mathématiques (M. P. C.).
SOUCHAY.	T	Chimie générale.
AIGRAIN.	T	Électrotechnique générale.
BRUSSET.	T	Chimie systématique.
M. LEVY.	T	Phys. théorique des hautes énergies (Orsay).
Mme CHAIX . . .	T	Chimie biologique.
Mme HUREL-PY .	T	Biologie végétale (P. C. B.).
PIAUX	T	Chimie (M. P. C.).
BRUN	T	Mécanique théorique des fluides.
LEDERER	T	Chimie biologique.
Mme DUBREIL . .	T	Mathématiques (Agrégation).
Mme LELONG. . .	T	Mathématiques (E. N. S.).
BELLAIR.	T	Géologie (S. P. C. N.).
COTTE.	1	Physique électricité.
DUBOIS J. E.. . .	T	Chimie organique.
LAMOTTE.	T	Zoologie (E. N. S.).
MICHEL A.	T	Chimie Minérale (Orsay).
OLMER.	T	Énergétique générale.
ROUAULT	T	Électricité (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
BARCHEWITZ . . .	T	Chimie Physique.
BROSSEL.	T	Physique atomique.
BUSER.	T	Physiologie comparée.
CAMUS.	T	Physiologie végétale (B. M. P. V.).
CASTAING	T	Physique (Orsay).
CURIEN	T	Minéralogie et Cristallographie.
MOYSE.	T	Physiologie végétale (Orsay).
NOIROT	T	Évolution des êtres organisés.
PANNETIER . . .	T	Chimie générale (Orsay).
POSSOMPES. . . .	T	Zoologie.
PULLMANN. . . .	T	Chimie théorique.
TEILLAC.	T	Physique nucléaire et Radioactivité.
TONNELAT. . . .	T	Biologie physico-chimique.
VILLE.	T	Économétrie.
WILLEMART . . .	T	Chimie (P. C. B.).
DODE	T	Chimie (Orsay).
FREYMANN. . . .	T	Recherches physiques.
GUINOCHET. . . .	T	Biologie végétale (S. P. C. N.) (Orsay).
ROLLET	T	Chimie (P. C. B.).
Mlle JOSIEN . . .	T	Chimie (S. P. C. N.).
CHEVALLEY . . .	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes
ARNOULT	T	Électronique (Orsay).
CHAPELLE	T	Physique (Orsay).
DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).
DENY.	T	Mathématiques générales (Orsay).
GERMAIN.	T	Mécanique théorique des fluides.
LUCAS G.	T	Géologie.
ALLARD	T	Chimie Physique.
BERTHELOT. . . .	T	Phys. fond. des Hautes Énergies (Orsay).
BRICART.	T	Météorologie et physique de l'Atmosphère.
Mme ALBE-FESSARD	T	Psychophysiologie.
FRIEDEL.	T	Physique des Solides (Orsay).
M. JULIA. . . .		Études des moléculaires naturelles complexes.
LENDER.	T	Biologie animale (S. P. C. N.) (Orsay).
MAGAT.		Physico-chimie des radioéléments.
Mlle QUINTIN. . .	T	Électrochimie.
MONOD	T	Chimie du métabolisme.
BENOIT	T	Physiologie animale (Orsay).
DE POSSEL. . . .	T	Analyse numérique.
CHARLOT.	T	Chimie analytique.
HAISSINSKY . . .	T	Radiochimie.
LEMÉE.	T	Physiologie végétale (B. M. P. V.) (Orsay).
GUÉRIN	T	Chimie (M. P. C.) (Orsay).
CHATELET M.. . .	T	Chimie (P. C. B.).
JEAN	T	Physique Nucléaire (Orsay).
MATTLER.	T	Physique (S. P. C. N.).
MICHEL L.. . . .		Phys. Théor. des Hautes Énergies (Orsay).
BERGERARD . . .	T	Zoologie (Orsay).
BERTEIN.	T	Électronique (Orsay).
BOUISSIÈRES . . .		Chimie des Radioéléments (Orsay).
Mme COUTURE . .	T	Thermodynamique et Mécanique Physique.
ELLENBERGER . .	T	Géologie appliquée sur le territoire.
FRANC.		Biologie animale (P. C. B.).
SCHNELL.		Botanique tropicale (Orsay).
STOLKOWSKI . . .		Physiologie générale.
ACHER.		Chimie Biologique (Orsay).
BAUDOIN		Biologie animale (P. C. B.).
BEAUMONT. . . .		Biologie animale (S. P. C. N.).
BLAMONT.	T	Géophysique Ionosphère.
BOURREAU. . . .		Botanique.
CURIE D.		Physique (M. G. P.).
DURAND-DELGA. .		Géologie.
FREON	T	Chimie organique (Orsay).
HELLER	T	Physiologie végétale.
TORTRAT.	T	Calcul des Probabilités.
CAILLEUX		Géologie (S. P. C. N.).
MAGNAN.	T	Physique (S. P. C. N.).
DAUDEL.	T	Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la Physique nucléaire.
Mlle FOURCROY. .		Biologie végétale (S. P. C. N.).
Mme CHOQUET-BRUHAT.	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste
Mlle VEIL		Physiologie Générale.
LWOFF.	T	Microbiologie.
SIESTRUNCK . . .	T	Mécanique Physique et Expérimentale.
LACOMBE	T	Métallurgie des métaux nucléaires.
BROCHARD. . . .	T	Physique (P. C. B.) (Orsay).
CABANNES	T	Mécanique générale.
LESIEUR.	T	Mathématiques (M. P. C.) (Orsay).
MAZET.	T	Mécanique générale (Orsay).
CAIRE.		Géographie physique et Géologie Dynamique
COMOLET.	T	Mécanique des fluides.
CORABŒUF. . . .		Physiologie Animale.
DELLOUE		Physique de l'exosphère.
GORENFLOT . . .		Botanique II (Orsay).
HOUILLON		Biologie animale (P. C. B.).
JULLIEN J.. . . .		Chimie (P. C. B.).
MALGRANGE . . .	T	Techniques Mathématiques de la Physique
OLIVIER.		Antropologie.
NOZERAN	T	Botanique II Orsay).
BLANC-LAPIERRE .		Physique (E. N. S.) (Orsay).
CHEVAUGEON . . .	T	Botanique (Orsay)
KAHANE	T	Mathématiques (Orsay)
SAMUEL.	T	Mathématiques (E. N. S.) féminine.
KOURGANOFF. . .	T	Astronomie (Orsay).
THIRY	T	Mécanique céleste.

Secrétaire général : R. POULLAIN.

MÉTHODE DE DÉTERMINATION DES PROFILS DE DENSITÉ ÉLECTRONIQUE DANS L'IONOSPHÈRE AU MOYEN DE PARAMÈTRES LUS SUR LES IONOGRAMMES

par C. Taieb

(Ingénieur au Groupe de Recherches Ionosphériques, C. N. E. T.)

Sommaire. — *Le but du présent travail est de fournir une méthode rapide de détermination des hauteurs réelles de réflexion dans l'ionosphère, en utilisant un nombre limité de paramètres lus sur un ionogramme. Le chapitre I établit les définitions et formules qui sont utilisées dans la suite de l'exposé.*

1) *On suppose que le profil réel d'ionisation a une forme parabolique pour chacune des couches de l'ionosphère.*

2) *On envisage les deux cas où le champ magnétique terrestre intervient dans les calculs et où il n'intervient pas.*

La méthode est exposée au chapitre II dans le cas simple où il n'existe qu'une seule couche F ; elle consiste à écrire analytiquement que la courbe des hauteurs virtuelles est tangente à la courbe de transmission pour une propagation de 3 000 *km. Ayant la fréquence critique, la fréquence minimum, la hauteur virtuelle minimum* h'm *et le facteur M, on peut lire sur des abaques la hauteur de la base de F ainsi que son épaisseur.*

Dans les chapitres suivants, on envisage des cas plus compliqués. En premier lieu, celui où la trace virtuelle de F est modifiée par la présence d'une couche E et d'une vallée. Cette modification n'est importante que sur une partie de la trace virtuelle et il faut faire des corrections à h'm, *le facteur M n'étant pas affecté.*

En second lieu, la trace virtuelle de F est toute entière modifiée et les corrections à faire portent sur h'm *et M.*

Une discussion donne les limites et les avantages de la méthode.

Summary. — *A quick method is described for the determination of real heights of reflection in the ionosphere using a few number of ionogram parameters. Chapter I establishes definitions and formulas which are used in this work.*

1) *The real distribution of electron density being parabolic for each ionospheric layer.*

2) *The calculations are taking account of the earth's magnetic field, or not.*

The method, as explained in the Chapter II on the simple case of a single F layer, consists in writing analytically that the (h' — f) *curve and the* 3 000 *km transmission curve are tangential one to the other. The critical frequency, the minimum frequency, the minimum virtual height* h'm *and the M factor being known, it is possible to get from graphs the base height and the thickness of F layer.*

In the next chapters more complicated cases are examined. First, the virtual trace of the F layer is modified by the presence of the E layer and of the valley. This modification is important in a part of the virtual trace and needs corrections on h'm *but not on M factor.*

Secondly, the virtual trace of the F layer is completely modified and this needs corrections on both h'm *and M Factor.*

Limits and advantages of the method are discussed.

Резюме. — Получение быстрого метода определения настоящих высот отражения в ионосфере, используя ограниченное число параметров видимых на ионограмме, является целью настоящей работы. В первой главе устанавливаются определения и формулы которые употребляются в последующем изложении.

1) Предполагается что истинный профиль ионизации представляет параболическую форму для каждого из слоев ионосферы.

2) Разбираются оба случая когда магнитое поле Земли входит или не входит в рачёты.

Метод изложен во второй главе в простом случае когда существует только один слой F ; он заключается в том что аналитически пишут что кривая действующей высоты является касательной к кривой передачи для распространения в 3 000 км. Имея критическую частоту, минимальную частоту, наименьшую действующую высоту *h'm* и фактор M, можно найти на номограммах высоту основания F а также его мощность.

В следующих главах разбираются случай более сложные. Во первых, когда виртуальный след F

изменен присутствием слоя E и долины. Это изменение важно только для части виртуального следа и надо внести поправки для $h'm$, фактор M не изменяется. Во вторых, виртуальный след F целиком изменен и поправки вносятся для $h'm$ и M.

Обсуждаются ограничения и преимущества метода.

INTRODUCTION

En de nombreux points du globe existent des sondeurs ionosphériques qui fournissent sous forme d'ionogrammes une grande quantité de renseignements sur l'état de l'ionosphère dans l'espace et dans le temps. Ces ionogrammes représentent des hauteurs virtuelles, qui seront définies un peu plus loin, en fonction de la fréquence de plasma f_p dont le carré est proportionnel à la densité électronique. Or, ces hauteurs ne sont pas directement utilisables et doivent être transformées en hauteurs réelles.

De nombreuses méthodes, pour effectuer cette transformation, ont été proposées, parmi lesquelles les premières [1], [2], ne tenaient pas compte de l'influence du champ magnétique terrestre. En 1952, D. H. Shinn et H. A. Whale ont montré que cette influence ne pouvait pas être négligée sans commettre des erreurs de l'ordre de 20 à 30 % [3].

Ces méthodes se classent en deux groupes : le premier où l'on fait l'hypothèse que le profil de densité électronique a une forme donnée, le plus souvent parabolique [4], [5], [6], le deuxième qui ne contient pas cette hypothèse et qui va être examiné rapidement.

Le travail initial qui a permis de nombreuses variantes est dû à K. G. Budden [7] qui suppose :

a) que la variation de f_p en fonction de l'altitude est monotone ;

b) que dans un petit intervalle de hauteur, f_p varie linéairement.

Ces hypothèses permettent de calculer les coefficients d'une matrice valables pour une station ionosphérique caractérisée par la valeur absolue et l'inclinaison du champ magnétique terrestre. Le calcul des hauteurs réelles revient alors à multiplier la matrice par un vecteur dont les composantes sont des hauteurs virtuelles prélevées sur un ionogramme avec un intervalle de fréquence donné. On obtient un vecteur dont les composantes sont des hauteurs réelles. Ces composantes sont au nombre de 30, ou plus, et la transformation demande 30 lectures au moins par ionogramme. Elle nécessite une machine à calculer pour faire la multiplication de la matrice par le vecteur.

Les critiques les plus sérieuses qu'on fait à cette méthode sont les suivantes :

a) le profil des hauteurs réelles ne varie pas d'une façon monotone puisqu'il existe toujours au-dessus du maximum de la couche E une densité électronique qui diminue avant d'augmenter de nouveau dans la couche F. Cette zone ionisée entre les couches E et F est appelée « la vallée ». Cette vallée est plus ou moins prononcée ;

b) la lecture des hauteurs virtuelles à intervalle de fréquence régulier ne permet pas de connaître les hauteurs réelles jusqu'au maximum de la couche F.

E. R. Schmerling [8] et J. E. Titheridge [9] ont proposé chacun une méthode, contenant les mêmes hypothèses, où le nombre de données lues est considérablement réduit. Celle de Schmerling est maintenant une méthode de routine, largement utilisée dans les stations.

Une bonne critique de ces méthodes a été donnée par A. Paul dans un article de *Geofisica Pura e Applicata* [10].

Pour toutes les méthodes dont il vient d'être parlé, seule la trace ordinaire des ionogrammes a servi. Pour tenir compte de la vallée, d'autres auteurs [9], [11], [12], [13] ont été amenés à utiliser les deux traces ordinaire et extraordinaire. Il faut alors calculer les coefficients de deux matrices. Le calcul devient très lourd et ne se justifie que dans quelques cas particuliers lorsque l'ionogramme est d'excellente qualité pour les deux traces.

La méthode qui va être proposée est aussi une méthode de routine dont les résultats seront comparés à ceux de Schmerling. Elle se classe dans le premier groupe où on fait l'hypothèse d'un profil parabolique.

Son intérêt essentiel est de fournir les hauteurs réelles avec une précision suffisante compte-tenu de la précision avec laquelle les hauteurs virtuelles sont données par les ionogrammes, sans avoir à consulter ceux-ci une fois qu'on a prélevé un certain nombre de paramètres qui seront définis un peu plus loin. Ces paramètres sont publiés régulièrement et ils serviront à déterminer les profils des hauteurs réelles.

CHAPITRE I

Définitions et rappel des formules sur la propagation des ondes dans un milieu ionisé.

1. Les ionogrammes.

Ce sont des enregistrements photographiques sur lesquels on peut voir des « traces » représentant des hauteurs virtuelles en fonction des fréquences. Ils sont fournis par des « sondeurs ionosphériques » qui ne sont autre chose que des radars émettant en impulsion un balayage de fréquences situées généralement entre 1,4 MHz et 20 MHz.

Une impulsion, de fréquence f dans cet intervalle, émise à la verticale, se réfléchit dans l'ionosphère à une altitude telle que la fréquence de plasma f_p soit égale à f.

Si $2t$ est le temps mis par une impulsion pour revenir au sondeur et si on suppose que la propagation s'est faite à la vitesse de la lumière c, la hauteur de réflexion de l'onde est c/t. Le sondeur enregistre donc une différence de temps entre l'impulsion émise et celle qui est réfléchie. Ce temps est traduit en km en multipliant par une constante.

Mais cette hauteur n'est pas la hauteur réelle de réflexion et on l'appelle hauteur virtuelle car la vitesse de propagation dans un milieu ionisé n'est pas égale à la vitesse de la lumière.

Comme le sondeur émet une série d'impulsions à des fréquences différentes, généralement selon une loi logarithmique, on obtient un profil de la fréquence de plasma en fonction de la hauteur.

Un profil typique est celui de la figure 1 où quelques paramètres vont être définis.

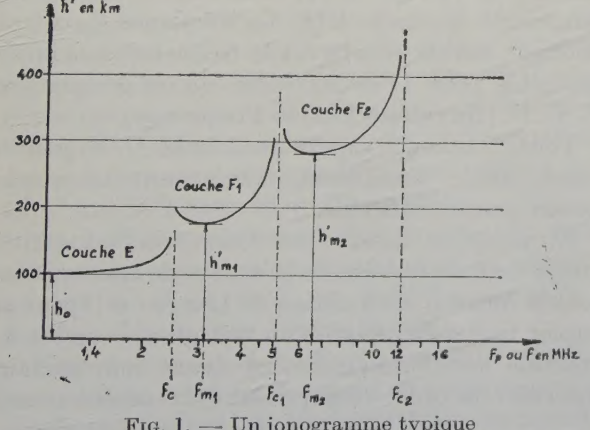

Fig. 1. — Un ionogramme typique montrant la trace du rayon ordinaire.

Il y a trois couches et pour chacune d'elle il existe une « fréquence critique » qui est la fréquence de plasma maximum. La nomenclature adoptée par tous les pays désigne ces fréquences par $f_0\,\mathrm{E}$, $f_0\,\mathrm{F}_1$, $f_0\,\mathrm{F}_2$.

Pour la simplicité de l'écriture, posons :

$$f_c = f_0\,\mathrm{E}$$
$$f_{c_1} = f_0\,\mathrm{F}_1$$
$$f_{c_2} = f_0\,\mathrm{F}_2$$

h_0 est la hauteur de la base de la couche E.

$h'\mathrm{F}_1$ et $h'\mathrm{F}_2$ sont les hauteurs minimum des traces de F_1 et F_2.

Elles sont désignées par :

$$h'_{m_1} = h'\mathrm{F}_1$$
$$h'_{m_2} = h'\mathrm{F}_2.$$

Ces six paramètres, f_c, f_{c_1}, f_{c_2}, h_0, h'_{m_1}, h'_{m_2} sont relevés au cours du dépouillement, consignés dans des bulletins et publiés. Ils sont lus avec une précision maximum de $\pm$ 5 km en ce qui concerne les hauteurs et à 0,1 MHz près pour les fréquences.

Deux autres paramètres, « les facteurs de M. U. F. », M(3000)F_1 et M(3000)F_2 pour les couches F_1 et F_2 sont aussi relevés. Nous verrons un peu plus loin leur définition et comment on les détermine. Il reste les fréquences f_{m_1} et f_{m_2} qui ne sont pas relevées habituellement et qui sont néanmoins nécessaires à la méthode qui va être exposée.

Assez souvent, les ionogrammes présentent des traces plus ou moins complexes comparées à celle de la figure 1, et qu'on peut classer de la manière suivante :

1) Les ionogrammes de nuit (fig. 2) :

Il n'y a qu'une couche F avec une « fréquence critique » f_c, un facteur M(3000)F, une fréquence minimum f_m et une hauteur h'_m qui est une valeur approchée de la base h_0.

2) Les ionogrammes de jour :

a) comprenant une couche E et une couche F_1. Sur l'axe des abscisses on fera le changement de variable

$$\frac{f}{f_{c_1}} = u$$

et on posera

$$\frac{f_{c_1}}{f_c} = \alpha, \qquad \frac{f_{m_1}}{f_{c_1}} = u_{m_1}.$$

b) comprenant les couches E, F_1, F_2. Le changement de variable se fera par rapport à f_{c_2}

$$\frac{f}{f_{c_2}} = u$$

on posera

$$\frac{f_{c_2}}{f_{c_1}} = \beta, \quad \frac{f_{c_1}}{f_c} = \alpha, \quad \frac{f_{m_1}}{f_{c_1}} = u_{m_1}, \quad \frac{f_{m_2}}{f_{c_2}} = u_{m_2}.$$

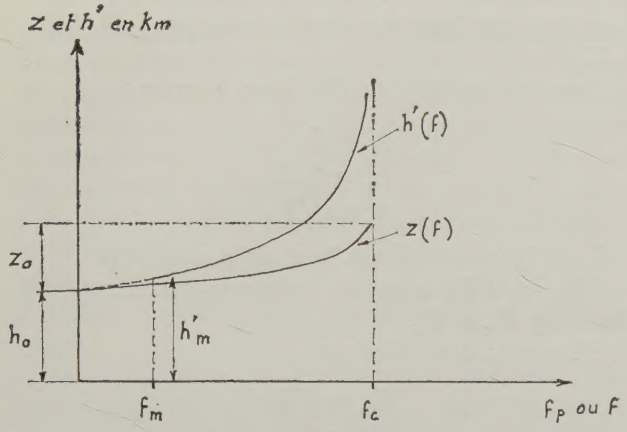

Fig. 2. — Profil réel z
et trace virtuelle du rayon ordinaire correspondante.

Remarque : Entre les couches E et F il existe une « vallée », c'est-à-dire que au-dessus de la fréquence maximum de E la densité électronique diminue pour croître de nouveau dans la couche F. Cette « vallée » n'apparaît pas sur les ionogrammes mais suivant qu'elle est plus ou moins prononcée la trace de F est plus ou moins modifiée.

De même, entre les couches F_1 et F_2 peut exister une vallée mais il est très rare qu'elle soit appréciable. Par contre, le plus souvent la couche F_1 n'existe pas jusqu'à sa fréquence de plasma maximum f_{c_1} et cette valeur ne peut pas être lue sur un ionogramme.

2. Détermination du « facteur de M. U. F. ».

Soient une onde fréquence f_{0b} attaquant l'ionosphère sous une incidence oblique avec un angle ϕ et une onde de fréquence f émise à la verticale (fig. 3).

Lorsque ces deux fréquences se réfléchissent à la même hauteur virtuelle, il existe entre elles la relation

$$f_{0b} = f \sec \phi. \tag{1}$$

C'est la loi de la sécante, conséquence du théorème de Breit et Tuve et du théorème de Martyn [14].

Si D est la distance de transmission de l'onde f_{0b} il existe (*fig.* 3) la relation géométrique suivante :

$$D = 2h' \operatorname{tg} \phi.$$

On en déduit

$$h' = \frac{D}{2\sqrt{\operatorname{Sec}^2 \phi - 1}}. \tag{2}$$

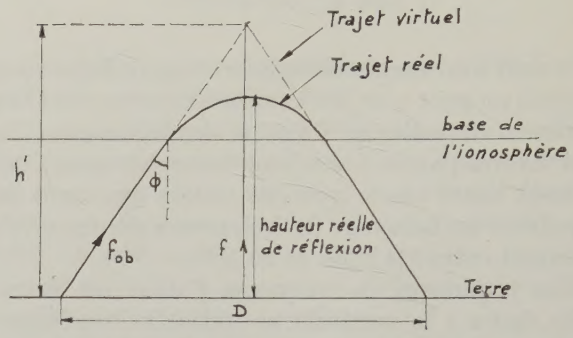

Fig. 3. — Propagation oblique d'une onde.

On donne à D une valeur, par exemple D = 3000 km. On peut représenter h' en fonction de sec ϕ ; on obtient alors ce qu'on appelle « la courbe de transmission ».

Or, d'après (1) :

$$\operatorname{Sec} \phi = \frac{f_{0b}}{f}$$

et ayant choisi f_{0b}, la courbe de transmission sera une fonction $h'(f)$ qu'on peut représenter sur le même graphique qu'un ionogramme. En général pour une fréquence f_{0b} donnée la courbe de transmission coupe la courbe des hauteurs virtuelles en deux points. Ceci signifie qu'il existe deux angles ϕ correspondant à deux trajets différents pour f_{0b} se réfléchissant à deux hauteurs virtuelles différentes, pour une propagation de D = 3000 km.

Parmi toutes les courbes de transmission pour différentes valeurs de f_{0b} il en existe une qui est tangente à la courbe $h'(f)$. La fréquence f_{0b} correspondant à cette courbe est la fréquence maximum utilisable pour D = 3000 km, qu'on désigne par M. U. F. (Maximum Usable Frequency).

Toute fréquence supérieure à la M. U. F. pour le même angle d'incidence traverserait la couche ionisée sans se réfléchir.

En pratique, dans le cas d'une échelle logarithmique de f, on représente la courbe de transmission sous la forme h' en fonction de Log sec ϕ (*) sur un papier transparent que l'on fait glisser sur l'ionogramme horizontalement, en ayant soin de faire coïncider les ordonnées qui ont été repérées avec la

(*) Dans tout l'exposé, Log désigne un logarithme népérien.

même échelle. L'axe des ordonnées de la courbe de transmission coupe l'axe des fréquences de l'ionogramme en un point Log f_{0b} qui est la M. U. F. lorsque la courbe de transmission est tangente au profil virtuel (fig. 4).

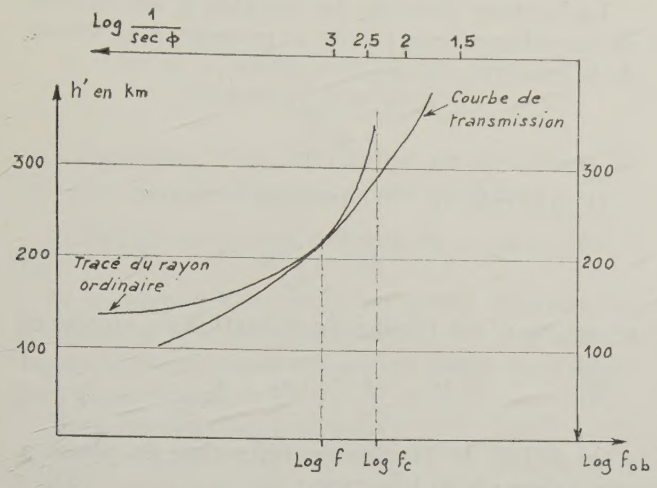

FIG. 4. — Courbe de transmission tangente à la courbe virtuelle permettant de lire la M. U. F. sur l'axe des abscisses.

On lit bien sur cette figure :

$$(3) \qquad \text{Log}\,\frac{1}{\text{Sec}\,\phi} = \text{Log}\,f_{0b} - \text{Log}\,f$$

valeur logarithmique de l'expression (1).

Ayant la M. U. F., le facteur de M. U. F., M(3000)F que nous désignerons pour la simplicité de l'écriture par M est défini par :

$$\text{M} = \frac{\text{M. U. F.}}{f_c}$$

ou en posant :

$$\text{M. U. F.} = f_{\text{M}}$$

$$\text{M} = \frac{f_{\text{M}}}{f_c}.$$

La courbe de transmission qui a été définie suppose la terre et l'ionosphère planes (fig. 3), ce qui est une approximation grossière quand il s'agit d'une propagation de 3000 km. Newbern SMITH [15] a montré comment cette courbe de transmission pouvait être corrigée quand on tient compte de la courbure de la terre et de l'ionosphère.

On utilise maintenant une courbe de transmission standard qu'on trouve dans la circulaire n° 462 du C. R. P. L. et dans les *Annales de l'Année Géophysique Internationale.*

Nous verrons dans le chapitre suivant comment sera utilisée cette courbe après en avoir trouvé une expression analytique. Par la méthode des moindres carrés plusieurs expressions ont été essayées ; notre choix s'est arrêté à :

$$(4) \qquad h' = -\,b_1\,\text{Sec}^2\,\phi + \frac{b_2}{\text{Sec}\,\phi - 1}$$

avec

$$b_1 = 2{,}05 \text{ km},$$
$$b_2 = 865 \text{ km}.$$

On voit dans le tableau I l'écart en pour cent de cette expression analytique par rapport à la courbe standard. Cet écart est partout inférieur à 1 % sauf à partir de $h' = 700$ km où la courbe n'est jamais utilisée.

TABLEAU I

Sec ϕ	h' EN KM (VALEURS STANDARDS)	h' EN KM DONNÉES PAR (5)	ÉCART EN % ENTRE h' STANDARD ET h' DONNÉES PAR (5)
—	—	—	—
4,55	200	201,2	+ 0,6
4,05	250	250	0,0
3,65	300	297,2	— 0,93
3,33	350	348,5	— 0,43
3,08	400	396,4	— 0,90
2,69	500	497	— 0,6
2,40	600	606	+ 1,0
2,20	700	711	+ 1,57
2,04	800	824	+ 3,0

L'expression (4) s'écrit :

$$(5) \qquad h' = -\,2{,}05\,\text{Sec}^2\,\phi + \frac{865}{\text{Sec}\,\phi - 1}$$

portons dans (5) la valeur de sec ϕ tirée de (1)

$$h' = -\,2{,}05\left(\frac{f_{0b}}{f}\right)^2 + \frac{865}{\dfrac{f_{0b}}{f} - 1}.$$

Lorsque f_{0b} a la valeur maximum f_{M}, supposée connue, la courbe de transmission (5) s'écrit, en posant $f_{\text{M}} = \text{M}f_c$

$$h'(f) = -\,2{,}05\,\frac{\text{M}^2 f_c^2}{f^2} + \frac{865\,f}{\text{M}f_c - f}$$

et si on pose

$$\frac{f}{f_c} = u$$

$$(6) \qquad h'_1(u) = -\,2{,}05\,\frac{\text{M}^2}{u^2} + \frac{865\,u}{\text{M} - u}.$$

3. Calcul des hauteurs virtuelles quand on suppose le profil réel de forme parabolique.

Quand une onde électromagnétique se propage dans l'ionosphère qui se comporte comme un milieu ionisé anisotrope, elle se dédouble en deux ondes ordinaire et extraordinaire. Nous ferons le calcul pour le rayon ordinaire puisque le dépouillement routinier n'utilise que cette trace.

Les hypothèses qu'on fait sur la propagation des ondes sont les suivantes :

a) La propagation se fait suivant les lois de l'optique géométrique car on suppose la variation de densité électronique négligeable sur une longueur d'onde.

b) L'influence du choc des électrons avec les autres particules est négligée.

c) L'ionosphère est homogène horizontalement.

d) La variation de la densité électronique N en fonction de l'altitude z a la forme parabolique suivante (fig. 2) :

$$N = N_{max}\left[1 - \left(\frac{z_0 - z}{z_0}\right)^2\right]$$

où z est compté à partir de la base de l'ionosphère. On peut écrire cette expression sous la forme :

$$z = z_0\left[1 - \sqrt{1 - \frac{N}{N_{max}}}\right].$$

La densité électronique N est liée à la fréquence de plasma par

$$f_p^2 = \frac{e^2}{(2\pi)^2\,\varepsilon_0\,m}\,N$$

e, m : charge et masse de l'électron,
ε_0 : permittivité du vide,
N : nombre d'électrons par unité de volume.

D'où

$$\frac{N}{cm^{-3}} = 1{,}24 \times 10^{-8}\left(\frac{f_p}{Hz}\right)^2.$$

On a aussi :

$$f_c^2 = \frac{e^2}{(2\pi)^2\,\varepsilon_0\,m}\,N_{max}$$

et l'expression de z s'écrit :

$$z = z_0\left[1 - \sqrt{1 - \frac{f_p^2}{f_c^2}}\right]. \qquad (7)$$

z_0 est l'épaisseur de la couche (fig. 2).

Considérons une onde de fréquence f se propageant à la verticale. Si v_g est la vitesse de propagation de l'énergie de l'onde, la hauteur réelle de réflexion pourra être calculée à partir de :

$$v_g = \frac{dz}{dt}.$$

La hauteur virtuelle de réflexion h' est calculée en considérant que l'onde se propage à la vitesse de la lumière c. On a :

$$c = \frac{dh'}{dt}.$$

D'où la relation, en éliminant le temps,

$$dh' = \frac{c}{v_g}\,dz$$

or $c/v_g = \mu'$ est l'indice de réfraction de groupe et

$$h' = \int_0^{z_r} \mu'\,dz + h_0 \qquad (9)$$

μ' se déduit de l'indice de réfraction de phase μ par la formule de Rayleigh

$$\mu = \frac{\partial(\mu f)}{\partial f} = \mu + f\frac{\partial \mu}{\partial f} \qquad (10)$$

μ étant donné par la formule d'Appleton-Hartree

$$\mu^2 = 1 - \frac{\dfrac{f_p^2}{f^2}}{1 - \dfrac{\left(\dfrac{f_H}{f}\right)^2\cos^2\Psi}{2\left(1 - \dfrac{f_p^2}{f^2}\right)} \pm \sqrt{\dfrac{(f_H/f\cos\Psi)^4}{4\left(1 - \dfrac{f_p^2}{f^2}\right)^2} + \left(\dfrac{f_H}{f}\right)^2\sin^2\Psi}} \qquad (11)$$

f_p : fréquence de plasma fonction de l'altitude,
f : fréquence d'utilisation,
f_H : gyrofréquence donnée par

$$\frac{\mu_0\,He}{2\pi\,m} = f_H$$

μ_0 : perméabilité du vide,
H : intensité du champ magnétique terrestre,
ψ : angle entre la direction du champ $\vec{H}$ et l'horizontale du lieu (inclinaison magnétique).

Le signe + correspond au mode ordinaire de propagation ; le signe — au mode extraordinaire.

On peut constater que μ', déduit à partir de (10) et (11) est une fonction de f et f_p quand on a donné des valeurs numériques à ψ et f_H.

Il est commode de poser

$$X = \frac{f_p^2}{f^2}$$

et l'indice de réfraction de groupe est alors une fonction de f et X. La condition de réflexion $f_p = f$ devient $X = 1$.

On démontre que, bien que $\mu' \to \infty$ quand $X \to 1$, l'intégrale (9) garde une valeur finie.

A. *Cas où le champ magnétique terrestre* $\vec{H}$ *n'intervient pas dans* μ'.

L'expression (11) de l'indice de réfraction de phase se simplifie beaucoup dans deux cas :

a) lorsqu'on néglige le champ $\vec{H}$ ce qui revient à faire $f_H = 0$;

b) lorsque $\psi = 0$ et qu'on prend le signe +, c'est-à-dire pour la propagation à la verticale du rayon ordinaire dans une région située sur l'équateur magnétique.

Dans les deux cas μ devient :

$$\mu_s^2 = 1 - X \tag{13}$$

et avec (10)

$$\mu'_s = \frac{1}{\sqrt{1 - X}} \tag{14}$$

Revenons à l'expression (7) qu'on peut écrire :

$$z = z_0 \left[1 - \sqrt{1 - X\frac{f^2}{f_c^2}}\right].$$

La hauteur virtuelle calculée à partir de (9) devient :

$$h'_s(f) = z_0 \frac{f^2}{2f_c^2} \int_0^1 \frac{dX}{\sqrt{(1 - X)\left(1 - X\dfrac{f^2}{f_c^2}\right)}} + h_0$$

d'où

$$h'_s(f) = z_0 \frac{f}{2f_c} \operatorname{Log}\left(\frac{f_c + f}{f_c - f}\right) + h_0. \tag{15}$$

La figure 2 montre une courbe de hauteurs virtuelles correspondant au profil réel représenté. Pour la suite, nous aurons besoin de poser $f/f_c = u$ d'où :

$$h'_s(u) = z_0 \frac{u}{2} \operatorname{Log}\left(\frac{1 + u}{1 - u}\right) + h_0. \tag{16}$$

En posant

$$\Gamma(u) = \frac{u}{2} \operatorname{Log}\left(\frac{1 + u}{1 - u}\right). \tag{17}$$

On a

$$h'_s(u) = z_0 \Gamma(u) + h_0. \tag{18}$$

La figure 5 donne $\Gamma(u)$ qui sert à tracer la courbe des hauteurs virtuelles quand on connaît z_0 et h_0.

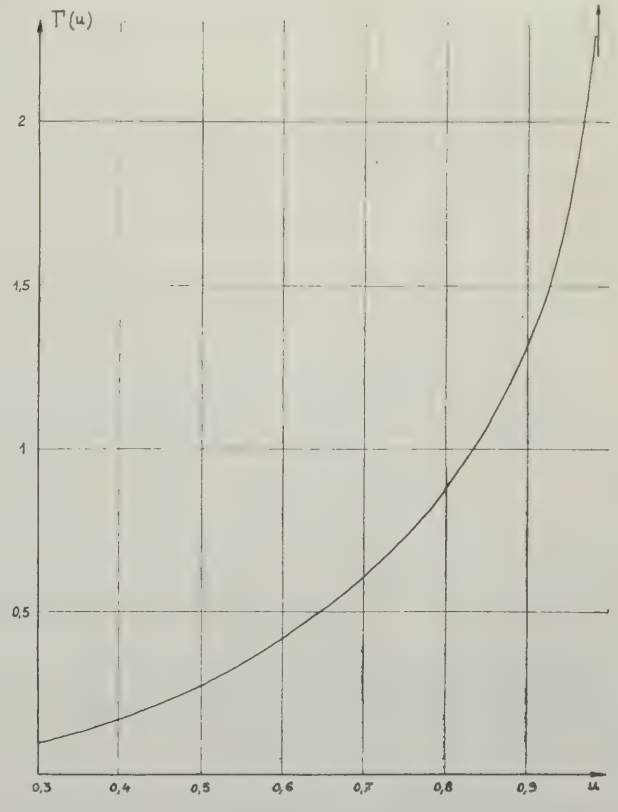

FIG. 5. — Courbe permettant le calcul des hauteurs virtuelles sans tenir compte du champ magnétique terrestre.

B. *Cas où le champ magnétique terrestre intervient dans* μ'.

L'indice de réfraction μ dans ce cas est donné par (11) et l'expression de μ' qu'on peut en tirer est compliquée. Le calcul de μ' a pu être entrepris, grâce aux machines à calculer électroniques, pour la première fois par D. H. SHINN et H. A. WHALE [3]. D'autres auteurs ont publié par la suite des tables de μ' en fonction de f et X et pour différents couples de valeurs f_H et ψ.

Les valeurs qui ont été choisies dans les calculs de la suite sont : $f_H = 1{,}15$ MHz, $\psi = 67°6'$. Elles correspondent aux stations ionosphériques de Poitiers, La Martinière et Garchy.

Pour calculer les hauteurs virtuelles correspondant à un profil réel parabolique, on pourrait faire une intégration numérique de (9). Mais nous procèderons différemment.

Soit $h'_a(f)$ la trace que l'on obtiendrait dans le cas où l'on tient compte de $\vec{H}$ et $h'_s(f)$ quand on ne tient

pas compte de $\vec{H}$. Nous nous proposons de calculer

$$\delta(f) = h'_a(f) - h'_s(f)$$

$\delta(f)$ est un terme correctif qu'il faut ajouter à $h'_s(f)$ pour avoir $h'_a(f)$.

On a :

$$\delta = \int_0^{Z_r} \mu'_a \, dZ - \int_0^{Z_r} \mu'_s \, dZ$$

ou

$$\delta = z_0 \frac{u^2}{2} \int_0^1 \left[\frac{\mu'_a(f, X)}{\sqrt{1 - u^2 X}} - \frac{1}{\sqrt{(1 - X)(1 - u^2 X)}} \right] dX.$$

Posons

$$X = \sin^2 \varphi$$

$$\delta = z_0 u^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - u^2 \sin^2 \varphi}} [\mu'_a(f, \varphi) \cos \varphi - 1] \, d\varphi \quad (19)$$

δ dépend de z_0, f qui figure dans l'expression de μ'_a et de u c'est-à-dire aussi de f_c.

On peut écrire (19) sous la forme

$$\delta = z_0 \Delta(u, f_c).$$

Pour un profil réel d'épaisseur z_0 dont la hauteur de la base est h_0 et la fréquence maximum f_c, la courbe des hauteurs virtuelles est :

$$h'_a(u, f_c) = h'_s(u) + z_0 \Delta(u, f_c). \quad (20)$$

Chaque point de la courbe $\Delta(u, f_c)$ est donné par l'intégrale (19) et on peut tracer des courbes pour différentes valeurs de f_c. Le calcul pour chacun des points est laborieux et a pu être entrepris grâce aux machines à calculer électroniques. Puis il a été nécessaire de donner à ces courbes des expressions analytiques suffisamment approchées pour pouvoir les utiliser dans les développements mathématiques ultérieurs.

L'expression approchée est la suivante :

$$\Delta(u, f_c) = \frac{A u^2}{\sqrt{1 - u^2}} + 0{,}2(u - 0{,}7)^2 \quad (21)$$

A est un coefficient qui dépend de f_c.

L'expression (21) ne s'écarte pas de plus de 1 % des courbes réelles pour u compris dans l'intervalle (0,5 ; 0,95).

Il faut remarquer que $\Delta(u, f_c)$ est un terme correctif à ajouter à h'_s et l'erreur relative à h'_a est encore plus faible que 1 %.

4. Calcul du retard apporté a la propagation d'une onde traversant une couche ionisée.

Une onde de fréquence f qui se propage dans un milieu ionisé dont la fréquence de plasma f_p reste inférieure à f, le traverse sans être réfléchi. Le temps de propagation de cette onde est plus grand que si le milieu était neutre.

Soit une couche E caractérisée par une fréquence maximum f_c, une épaisseur z_0, une hauteur de la base h_0 et soit f une fréquence d'utilisation telle que $f > f_c$.

Supposons que au-dessus de la couche E se trouve un miroir parfaitement réfléchissant pour les ondes électromagnétiques considérées. Nous nous proposons de calculer les hauteurs virtuelles de réflexion sur ce miroir. La figure 6 montre la courbe $\Delta h'$ de ces hauteurs qui tend vers l'infini comme h' quand f tend vers f_c. Ce pôle n'existe que si le profil réel est une courbe du second degré. Nous verrons que s'il est linéaire le pôle n'existe plus.

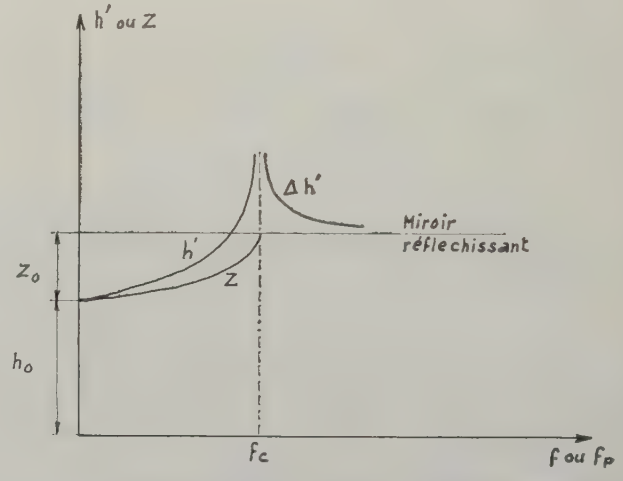

Fig. 6. — Retard $\Delta h'$ dû à une couche de forme parabolique entièrement traversée.

Le calcul de $\Delta h'$ se fait de la même manière que pour h'

$$\Delta h'(f) = \int_0^{Z_0} \mu' \, dz - z_0$$

où $\Delta h'$ est comptée à partir du miroir réfléchissant.

A. *Cas où le champ magnétique terrestre $\vec{H}$ n'intervient pas dans μ'.*

a) *Le profil réel est parabolique.*

On porte dans l'expression précédente de $\Delta h'$ la valeur (14) de μ' et on fait le même changement de

variable que dans le paragraphe précédent. Mais ici la borne supérieure de l'intégrale n'est plus X = 1. En effet :

La fréquence de plasma f_p varie depuis zéro jusqu'à f_c. Or, $f > f_c$ donc $X = f_p^2/f^2$ reste inférieure à 1 et sa borne supérieure est f_c^2/f^2.

D'où

$$(22) \qquad \Delta h'_s(f) = z_0 \frac{f}{2f_c} \operatorname{Log}\left(\frac{f + f_c}{f - f_c}\right) - z_0.$$

Posons

$$\frac{f}{f_c} = x$$

on obtient :

$$\frac{\Delta h'_s(x)}{Z_0} = \frac{x}{2} \operatorname{Log} \frac{x+1}{x-1} - 1.$$

Cette fonction devient infinie pour $x = 1$. Elle sera utilisée dans l'intervalle (1,05 ; 2).

b) *Le profil réel est linéaire.*

On peut voir ce profil sur la figure 7. Écrire que la densité électronique est proportionnelle à l'altitude z c'est écrire que f_p^2 est proportionnelle à z. Dans le cas de la figure, f_p diminue à partir de la valeur f_c à l'altitude indiquée par le point A.

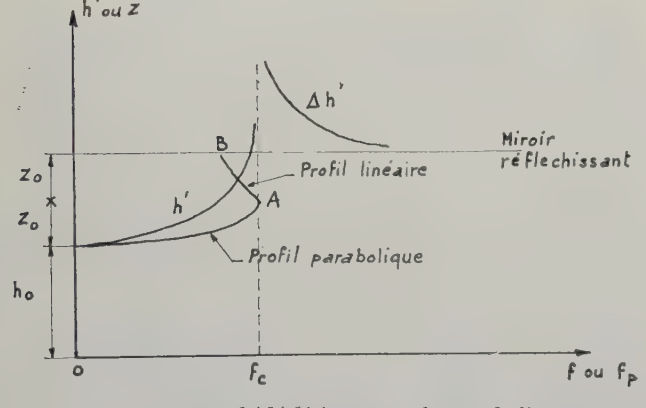

FIG. 7. — Retard $\Delta h'$ dû à une couche parabolique et une couche linéaire entièrement traversées.

Écrivons le profil sous la forme :

$$f_c^2 - f_p^2 = kz.$$

Si on pose que f_p^2 diminue depuis f_c^2 à l'altitude $z = 0$ jusqu'à $f_p^2 = \frac{9}{10} f_c^2$ à l'altitude z_0, k a la valeur

$$k = \frac{1}{z_0} \frac{f_c^2}{10}$$

d'où

$$z = 10\, z_0 \left(1 - \frac{f_p^2}{f_c^2}\right)$$

En posant $f_p^2/f^2 = X$ et $f/f_c = x$, f étant la fréquence d'utilisation,

$$z = 10\, z_0 (1 - x^2\, X)$$

et

$$\Delta h'_s = \int_0^{z_0} \mu'_s\, dz = - \int_{\frac{1}{x^2}}^{\frac{9}{10x^2}} \frac{10\, z_0\, x^2}{\sqrt{1 - X}}\, dX - z_0,$$

si on compte $\Delta h'_s$ à partir du miroir réfléchissant.

$$\Delta h'_s = z_0\, 2\sqrt{10}\, x \left[\sqrt{10x^2 - 9} - \sqrt{10x^2 - 10} - \frac{1}{2x\sqrt{10}}\right].$$

On peut considérer un autre profil linéaire, où la fréquence de plasma diminue depuis f_c^2 jusqu'à $5/10 f_c$. Le calcul de $\Delta h'_s$ est le même et conduit au résultat :

$$\Delta h'_s = z_0 \frac{2}{5} \sqrt{10}\, x \left[\sqrt{10x^2 - 5} - \sqrt{10x^2 - 10} - \frac{5}{2x\sqrt{10}}\right].$$

La figure 8 représente trois courbes de $\Delta h'_s/z_0$ correspondant à un profil réel parabolique et aux deux profils linéaires qui viennent d'être indiqués.

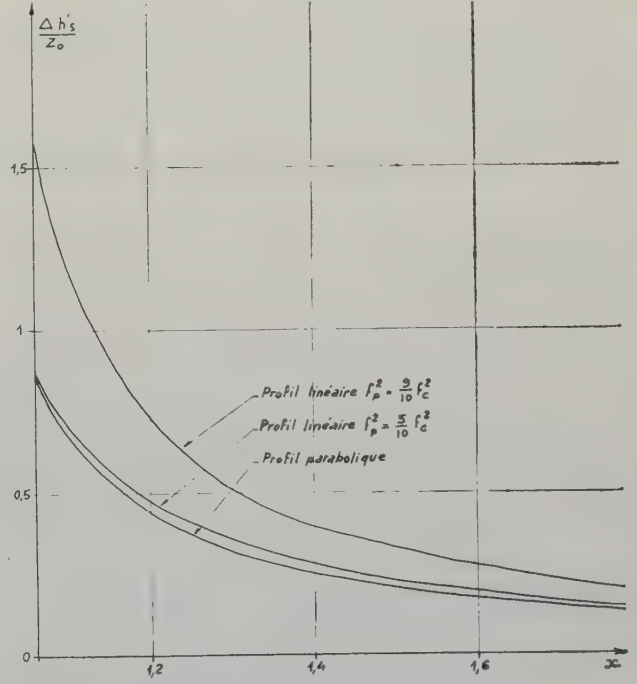

FIG. 8. — Courbes de retard dû à la traversée de couches ayant le profil indiqué.

Ces profils linéaires, dont la densité diminue en fonction de l'altitude au-dessus du maximum de densité d'une couche E, correspondent à deux mo-

dèles possibles de « vallée ». Un peu plus loin, nous verrons que, pour exprimer le retard d'une onde traversant la couche parabolique E et une couche linéaire située au-dessus, nous considérons l'ensemble des deux comme équivalent à une seule couche parabolique dont l'épaisseur pourra être déterminée. Cette équivalence est valable avec une bonne approximation dans la mesure où les courbes de la figure 8 ont la même allure de variation ainsi que leurs dérivées, ce qui est le cas.

Remarquons que pour ces profils linéaires la hauteur virtuelle ne tend pas vers l'infini pour $x = 1$. c'est-à-dire pour la fréquence maximum de la couche, contrairement au cas précédent du profil parabolique.

B. *Cas où le champ magnétique terrestre* $\overrightarrow{H}$ *intervient dans* μ'.

Nous faisons le calcul dans le seul cas d'un profil parabolique en partant, comme précédemment de :

$$\Delta h'(f) = \int_0^{z_0} \mu' \, dz - z_0$$

où l'expression de μ' est très compliquée. On utilise les valeurs numériques de μ' qui sont publiées [16], [17].

En faisant le même changement de variable que plus haut, on obtient :

$$\Delta h'_a(f) = z_0 \frac{f^2}{2f_c^2} \int_0^{f_c^2/f^2} \frac{\mu'_a(f, X)}{\sqrt{1 - X\frac{f^2}{f_c^2}}} \, dX - z_0$$

le retard étant compté à partir du miroir réfléchissant.

Après intégration numérique on obtient un point de la courbe $\Delta h'_a(f)$ pour une valeur de f_c donnée.

La figure 9 montre les courbes $\Delta h'_a/z_0$ pour différentes valeurs de f_c.

La courbe correspondant à $f_c = \infty$ est la courbe retard quand on ne tient pas compte du champ magnétique terrestre. C'est la même que celle de la figure 8.

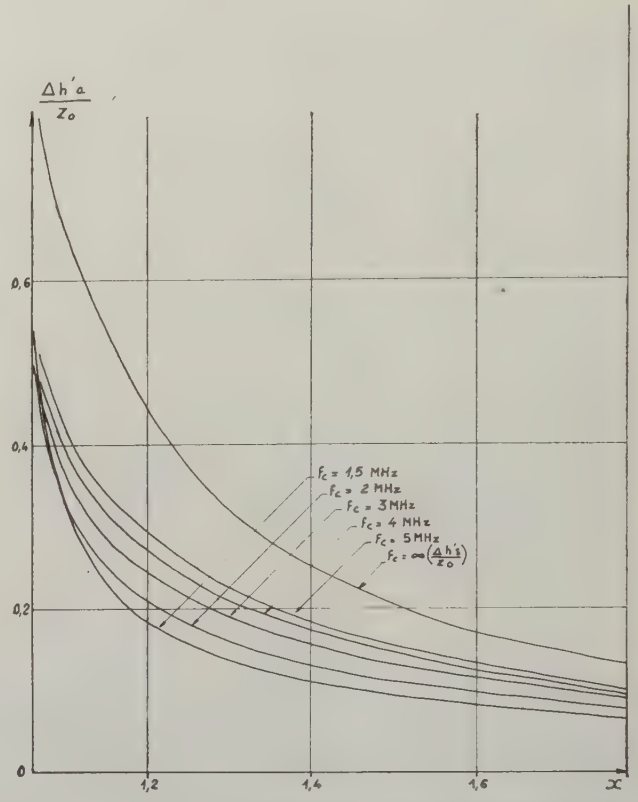

Fig. 9. — Courbes de retard dû à la traversée de couches paraboliques quand on tient compte de $\overrightarrow{H}$.

CHAPITRE II

Détermination du profil réel dans le cas simple où il y a une seule couche d'ionisation, la couche F (ionogramme de nuit).

1. Le champ magnétique terrestre n'intervient pas.

Le profil parabolique des hauteurs réelles est donné par l'équation (7). Il est entièrement connu quand la hauteur de la base h_0, la fréquence critique f_c et l'épaisseur de la couche z_0 le sont. Or f_c et h_0 sont lus sur les ionogrammes et il ne reste plus qu'à trouver la valeur de z_0.

Dans le cas simple où le champ magnétique terrestre n'intervient pas, la trace virtuelle du rayon ordinaire correspondant à un profil réel est donnée par (15). Dans cette expression, on connaît h_0 et f_c et il suffirait de lire sur l'ionogramme la hauteur virtuelle correspondant à une fréquence pour en déduire z_0. Mais le but de la méthode est d'utiliser les paramètres prélevés sur l'ionogramme et non l'ionogramme lui-même. Les paramètres utilisés sont : f_c, h_0, M.

A. *La méthode.*

Au chapitre I, nous avons vu que pour trouver la valeur du coefficient M, la courbe de transmission tracée sur un papier calque est déplacée jusqu'à être tangente à la trace virtuelle.

Exprimons que ces deux courbes se coupent en un point et qu'elles sont tangentes en ce point (fig. 4).

$$h'_1(u) = h'_s(u)$$

et

$$\frac{dh'_1(u)}{du} = \frac{dh'_s(u)}{du}$$

$h'_1(u)$ et $h'_s(u)$ étant donnés par (6) et (16) soit :

$$-2{,}05\,\frac{M^2}{u^2} + 865\,\frac{u}{M-u} = z_0\,\frac{u}{2}\,\mathrm{Log}\left(\frac{1+u}{1-u}\right) + h_0$$

$$4{,}1\,\frac{M^2}{u^3} + 865\,\frac{M}{(M-u)^2} = \frac{z_0}{2}\left[\mathrm{Log}\left(\frac{1+u}{1-u}\right) + \frac{2u}{1-u^2}\right].$$

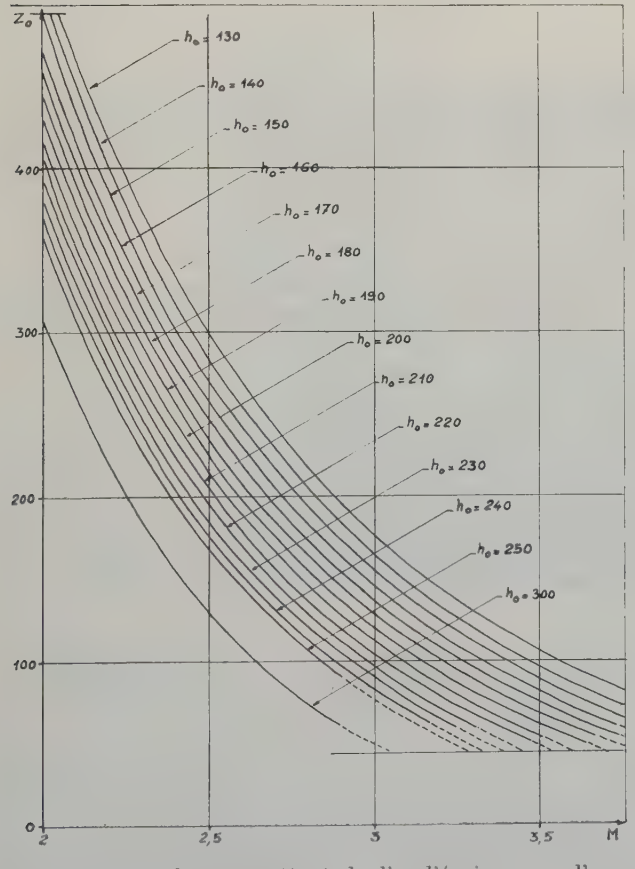

FIG. 10. — Courbes permettant de lire l'épaisseur z_0 d'une couche quand on connaît M et h_0. z_0 et h_0 sont exprimés en km. Le champ magnétique terrestre n'intervient pas.

L'élimination de u entre ces deux relations donne une autre relation où figurent les paramètres M, h_0, z_0.

On peut alors tracer un réseau de courbes (fig. 10) de z_0 en fonction de M et h_0.

Donc un ionogramme étant caractérisé par les valeurs suivantes : h_0, f_c, M. U. F., on peut déduire M et lire z_0 sur les courbes. Le calcul simple suivant donne la hauteur du maximum d'ionisation : $h_{max} = h_0 + z_0$.

D'autres points du profil de densité électronique pourront être rapidement calculés par la relation (7).

B. *Correction de la hauteur de la base.*

Au cours du dépouillement d'un ionogramme, ce n'est pas la hauteur de la base de l'ionosphère qui est lue, mais la hauteur minimum désignée par h'_m. Entre la hauteur de la base et h'_m, la différence est souvent petite, mais non négligeable. La valeur de z_0, qui a été lue en prenant h'_m pour h_0 est donc légèrement erronée. Considérons-la comme provisoirement bonne. On peut alors écrire :

$$h'_m = z_0\,\Gamma(u_m) + h_0$$

où h'_m est donnée, h_0 inconnue et $u_m = f_m/f_c$.

f_m est la fréquence minimum lue sur un ionogramme (fig. 2).

Ayant u_m, la courbe de la figure 5 donne $\Gamma(u_m)$. d'où h_0. Cette valeur de h_0 permet de lire le z_0 définitif.

C. *Exemple.*

Une station ionosphérique, pour laquelle la propagation selon le mode ordinaire peut se calculer sans tenir compte du champ magnétique terrestre, est située sur l'équateur magnétique. C'est le cas de Djibouti. Considérons l'ionogramme du 18 septembre 1957 à 03.00H (fig. 11).

Au cours du dépouillement, les valeurs suivantes ont été relevées :

$$f_c = 9\ \mathrm{MHz}\ ;\quad f_m = 1{,}75\ \mathrm{MHz}\ ;$$

$$\mathrm{M.\ U.\ F.} = 25{,}9\ \mathrm{MHz}\ ;\quad h'_m = 238\ \mathrm{km}.$$

On en déduit :

$$M = 2{,}88\ ;\quad u_m = 0{,}195.$$

Ayant M et h'_m, on peut lire sur la figure 10 :

$$z_0 = 102\ \mathrm{km}$$

et sur la figure 5 : $\Gamma(u_m) = 0{,}035$ d'où

$$h_0 = 238 - 102 \times 0{,}035 = 234.$$

Avec M = 2,88 et $h_0 = 234$ km on lit $z_0 = 105$ km.

La hauteur du maximum d'ionisation est :

$$h_{max} = h_0 + z_0 = 339 \text{ km}.$$

La figure 12 montre le profil réel correspondant à cet ionogramme. Quelques points ont été calculés par la méthode des « dix coefficients » [18] (*) ; ce sont les points cerclés de la figure. On peut voir que les profils calculés par les deux méthodes sont identiques.

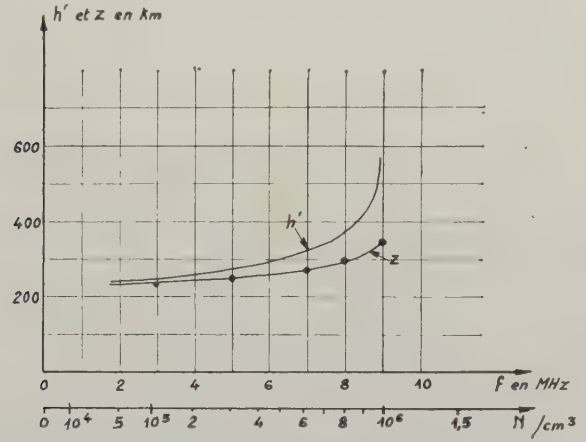

Fig. 12. — Profil réel déduit de l'ionogramme de Djibouti du 18 septembre 1957 à 03.00 H.

2. Le champ magnétique terrestre intervient.

A. *La méthode.*

Le calcul sera conduit de la même façon que dans le paragraphe précédent, mais en utilisant l'expression (20) des hauteurs virtuelles tenant compte du champ magnétique terrestre, soit avec (21)

$$h'_a(u, f_c) = z_0 \left[\frac{u}{2} \operatorname{Log} \left(\frac{1+u}{1-u} \right) + \frac{A u^2}{\sqrt{1-u^2}} + 0{,}2(u - 0{,}7)^2 \right] + h_0.$$

Si on exprime que h'_a et la courbe de transmission h'_1 se coupent en un point et sont tangentes en ce même point l'élimination de u entre ces deux relations donne une relation en fonction des paramètres M, z_0, h_0 et A.

Comme A est une fonction de la fréquence critique, on peut tracer des réseaux de courbes pour différentes valeurs de f_c. Ces valeurs de f_c sont discrètes et il faut interpoler entre deux réseaux de courbes pour des fréquences critiques situées entre deux valeurs entières. La figure 13 montre l'un de ces réseaux pour $f_c = 2$ MHz.

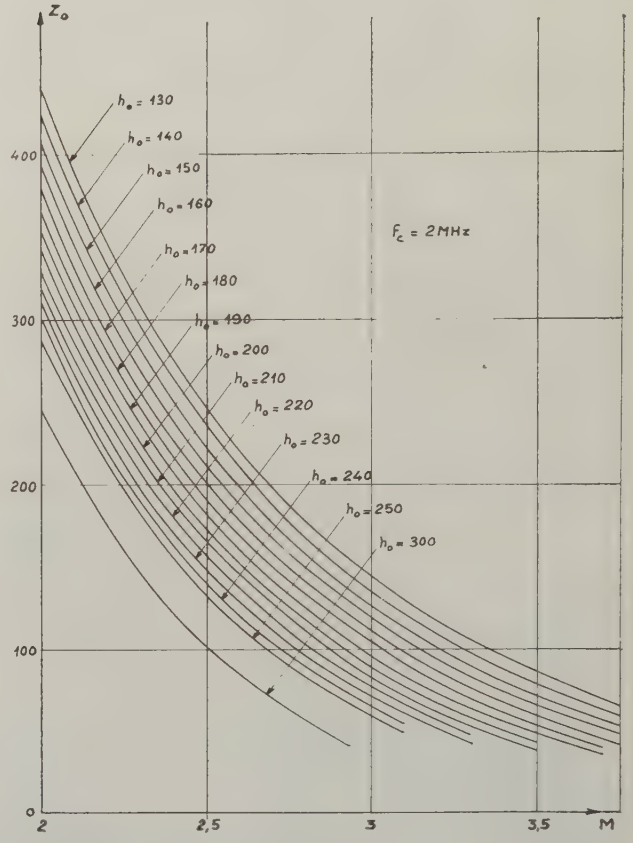

Fig. 13. — Courbes permettant de lire z_0 quand on connaît M et h_0 pour une couche dont la fréquence critique est 4 MHz.

B. *Correction de la hauteur de la base.*

Comme précédemment, la hauteur minimum h'_m n'est pas la hauteur de la base de la couche F et il faut faire une correction. Une première lecture des courbes (fig. 13) à l'aide de M, f_c, h'_m donne une valeur approchée de z_0 qui va nous permettre de calculer h_0. En effet, nous avons :

$$h'_a(u, f_c) = z_0 \left[\frac{2}{u} \operatorname{Log} \left(\frac{1+u}{1-u} \right) + \Delta(u, f_c) \right] + h_0.$$

Posons

$$\Gamma(u, f_c) = \frac{u}{2} \operatorname{Log} \left(\frac{1+u}{1-u} \right) + \Delta(u, f_c).$$

Ces courbes ont été tracées (fig. 14).

Ayant h'_m pour $u_m = f_m/f_c$ donné on a :

$$h'_m = z_0 \, \Gamma(u_m, f_c) + h_0.$$

(*) La méthode des « dix coefficients » est due à J. M. Kelso quand on ne tient pas compte de $\vec{H}$ et à E. R. Schmerling quand on en tient compte.

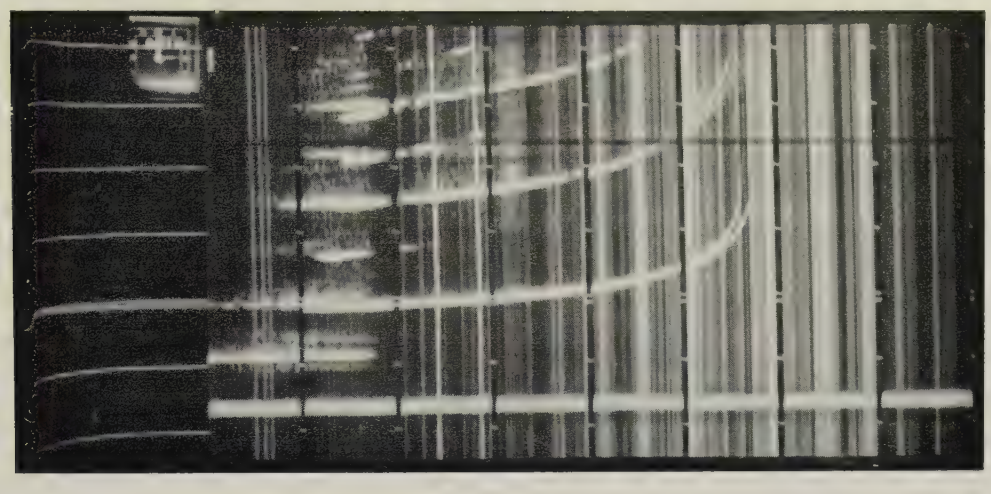

FIG. 11.

Un ionogramme de Djibouti du 18-9-57 à 03.00 h.

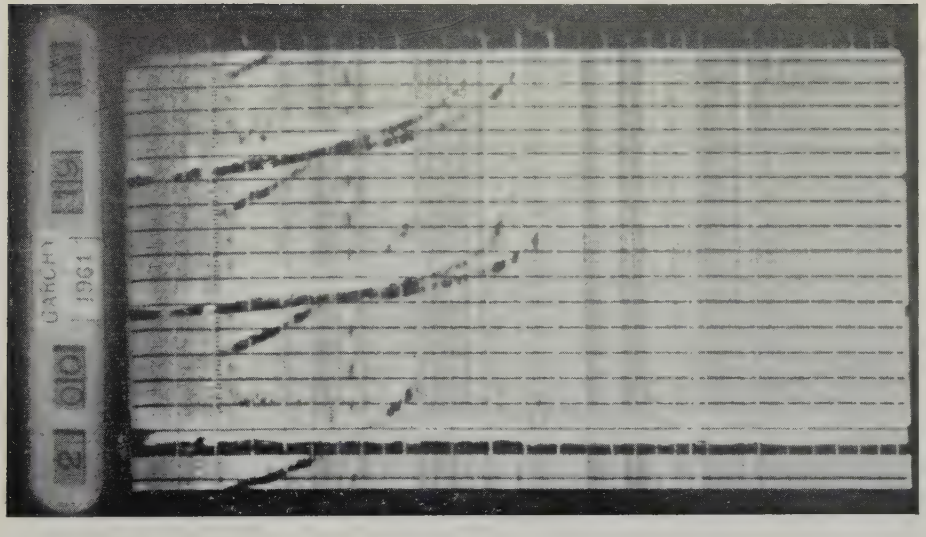

FIG. 15.

Un ionogramme de Garchy du 19-3-61 à 02.00 h.

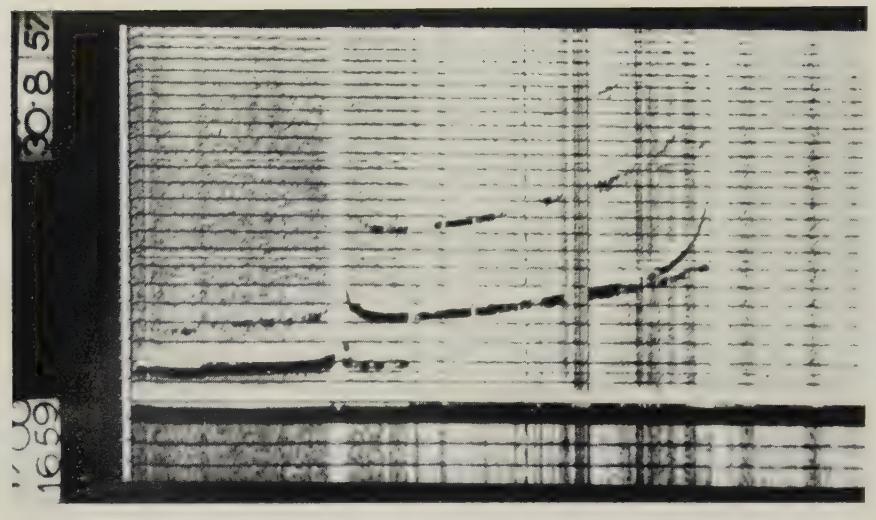

Fig. 23.

Un ionogramme de Poitiers du 30-8-57 à 17,00 h.

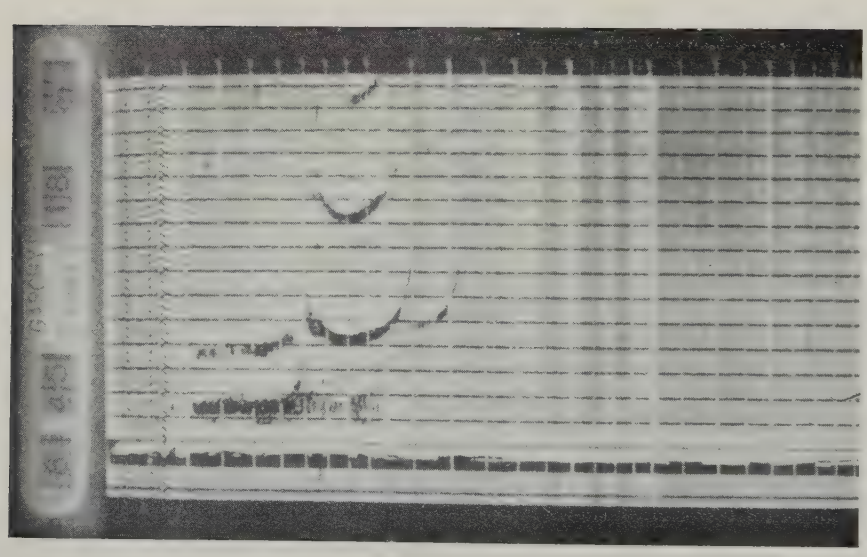

Fig. 27.

Un ionogramme de Garchy du 18-1-61 à 08,45 h.

On peut lire $\Gamma(u_m, f_c)$ sur les courbes de la figure 14 et en déduire rapidement h_0. Cette valeur de h_0 permet alors la lecture définitive de z_0.

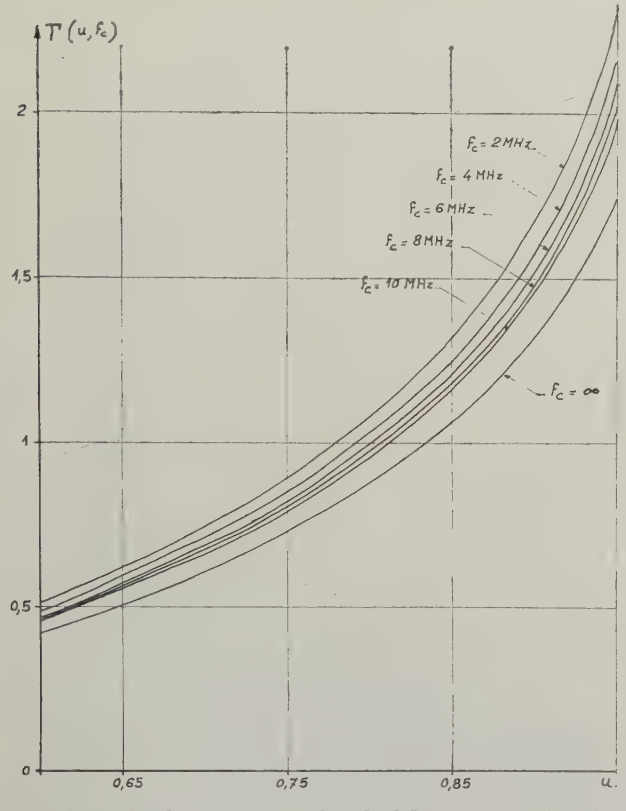

FIG. 14. — Courbes permettant le calcul des hauteurs virtuelles en tenant compte du champ magnétique terrestre.

C. *Exemple.*

Prenons l'ionogramme de Garchy du 19 mars 1961 à 02.00H (fig. 15). On relève les valeurs suivantes :

$$f_c = 4{,}4 \text{ MHz} ; \quad f_m = 1{,}2 \text{ MHz} ;$$
$$\text{M. U. F.} = 12{,}18 \text{ MHz} ; \quad h'_m = 270 \text{ km}.$$

On en déduit :

$$M = 2{,}76 ; \quad u_m = 0{,}273.$$

Ayant M et h'_m on peut lire sur la figure 13 :

$$z_0 = 84 \text{ km}$$

et sur la figure 14

$$\Gamma(u_m, f_c) = 0{,}094$$

d'où :

$$h_0 = 270 - 84 \times 0{,}094 = 262.$$

On relit la valeur de z_0 correspondant à $M = 2{,}76$ et $h_0 = 262$.

On trouve :

$$z_0 = 88 \text{ km}.$$

La hauteur du maximum d'ionisation est :

$$h_{max} = 88 + 262 = 350 \text{ km}.$$

La figure 16 montre le profil réel qu'on en déduit. Y figurent également quelques points cerclés calculés par la méthode des « dix coefficients » de SCHMERLING [19]. L'accord des deux méthodes est excellent.

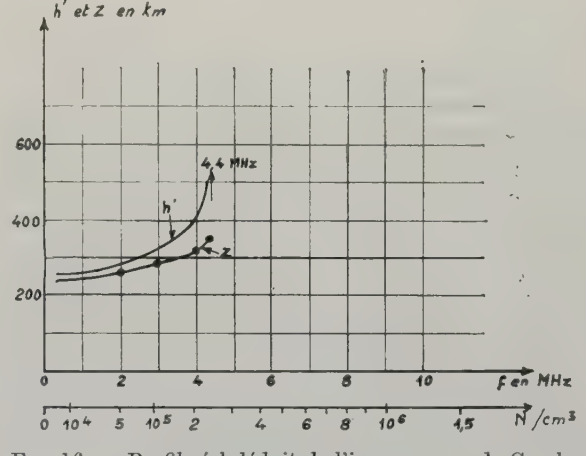

FIG. 16. — Profil réel déduit de l'ionogramme de Garchy du 19 mars 1961 à 02.00 H.

CHAPITRE III

Détermination du profil réel de la couche F quand il y a une couche E et une vallée. On considère le cas où le rapport des fréquences critiques α des couches F et E est supérieur ou égal à 2,5.

Dans ce chapitre, nous déterminerons les profils réels pour des couches F dont les fréquences seront suffisamment grandes devant celles de la couche E.

Nous supposerons que le rapport α de ces fréquences est supérieur ou égal à 2,5.

I. On ne tient pas compte du champ magnétique terrestre.

A. *Calcul de la hauteur virtuelle minimum de la couche F.*

Supposons données une couche E dont la hauteur de la base est h_0, l'épaisseur z_0, la fréquence critique f_c, et une couche F dont la hauteur de la base est h_{0_1}, l'épaisseur z_{0_1} et la fréquence critique f_{c_1}. Le profil réel est ainsi entièrement connu. Calculons la courbe des hauteurs virtuelles qui correspond au profil réel de la couche F.

S'il n'y avait pas la couche E, ces hauteurs virtuelles seraient données par

$$h'_s(f) = z_{0_1} \frac{f}{2f_{c_1}} \operatorname{Log} \left(\frac{f_{c_1} + f}{f_{c_1} - f} \right) + h_{0_1}.$$

En présence d'une couche E, ces hauteurs virtuelles sont plus grandes puisque les ondes qui la traversent subissent un retard.

Ce retard est donné par (22)

$$\Delta h'_s = z_0 \left[\frac{f}{2f_c} \operatorname{Log} \left(\frac{f + f_c}{f - f_c} \right) - 1 \right].$$

Posons :

$$\frac{f_{c_1}}{f_c} = \alpha \quad \text{et} \quad \frac{f}{f_{c_1}} = u, \quad \text{où} \quad \alpha > 1 \quad \text{et} \quad u < 1.$$

La courbe des hauteurs virtuelles de la couche F en présence de la couche E est :

$$(23) \quad H'(u) = z_{0_1} \frac{u}{2} \operatorname{Log} \left(\frac{1 + u}{1 - u} \right) + h_{0_1} + z_0 \left[\frac{\alpha u}{2} \operatorname{Log} \left(\frac{\alpha u + 1}{\alpha u - 1} \right) - 1 \right].$$

Posons

$$\mathcal{R}(\alpha, u) = \frac{\alpha u}{2} \operatorname{Log} \left(\frac{\alpha u + 1}{\alpha u - 1} \right) - 1$$

(23) devient :

$$(24) \quad H'(u) = z_{0_1} \Gamma(u) + z_0 \mathcal{R}(\alpha, u) + h_{0_1}.$$

Un réseau des courbes $\mathcal{R}(\alpha, u)$ a été tracé sur la figure 17 pour différentes valeurs de α et u variant dans l'intervalle $1/\alpha$ à 1. Ayant u et α on peut lire le retard dû à une couche parabolique d'épaisseur $z_0 = 1$ entièrement traversée.

On peut constater, en examinant l'expression $\mathcal{R}(\alpha, u)$, que le retard devient infini quand $u = 1/\alpha$, c'est-à-dire pour une fréquence d'utilisation égale à la fréquence critique f_c de la couche traversée. Il diminue rapidement quand αu augmente pour tendre vers zéro, c'est-à-dire quand f/f_c augmente. En effet, le temps de propagation d'une onde est d'autant moins modifié que la fréquence de plasma du milieu traversé est faible devant la fréquence de l'onde.

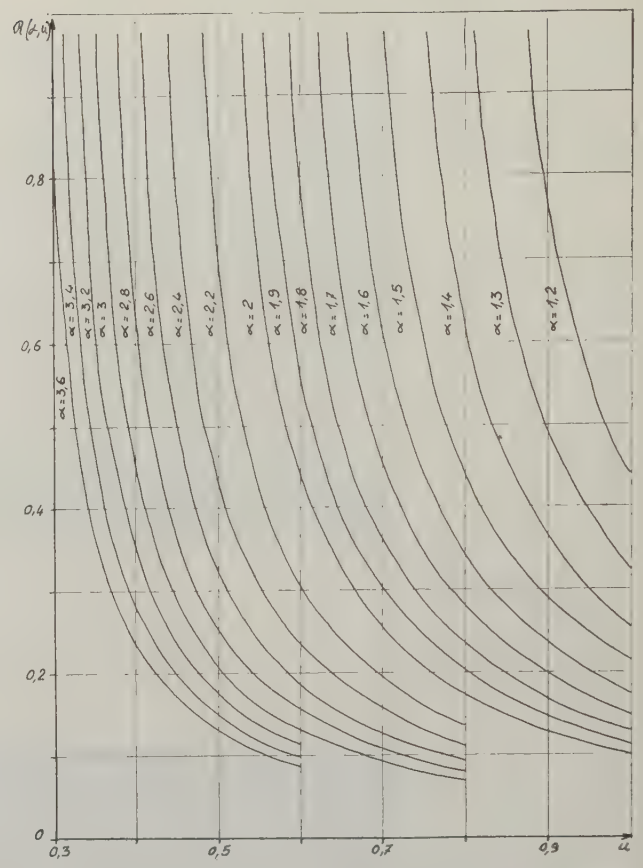

Fig. 17. — Courbes $\mathcal{R}(\alpha, u)$ permettant de calculer le retard d'une onde dû à la traversée d'une couche d'épaisseur 1 quand on ne tient pas compte du champ magnétique terrestre.

L'expression (23) est la somme de trois termes dont l'un est constant et les deux autres variables en fonction de u. Lorsque u augmente à partir de $1/\alpha$, le troisième terme diminue et le premier augmente de telle sorte que pour une valeur u_m de u, $H'(u)$ a un minimum h'_m qu'on voit sur la figure 19 et qui existe sur tous les ionogrammes dont la trace de F est complète.

On obtient ce minimum en annulant la dérivée de (23)

$$(25) \quad \frac{z_{0_1}}{z_0} = \frac{-\alpha \operatorname{Log} \left(\frac{\alpha u + 1}{\alpha u - 1} \right) + \frac{2\alpha^2 u}{\alpha^2 u^2 - 1}}{\operatorname{Log} \left(\frac{1 + u}{1 - u} \right) + \frac{2u}{1 - u^2}}.$$

Dans l'intervalle de variation de u $\left(\frac{1}{\alpha}, 1 \right)$, le rapport z_{0_1}/z_0 est positif. Appelons l'expression (25) $E(\alpha, u)$. Ces courbes ont été calculées et tracées

sur la figure 18. Nous allons voir dans le paragraphe suivant quelle va être leur utilité.

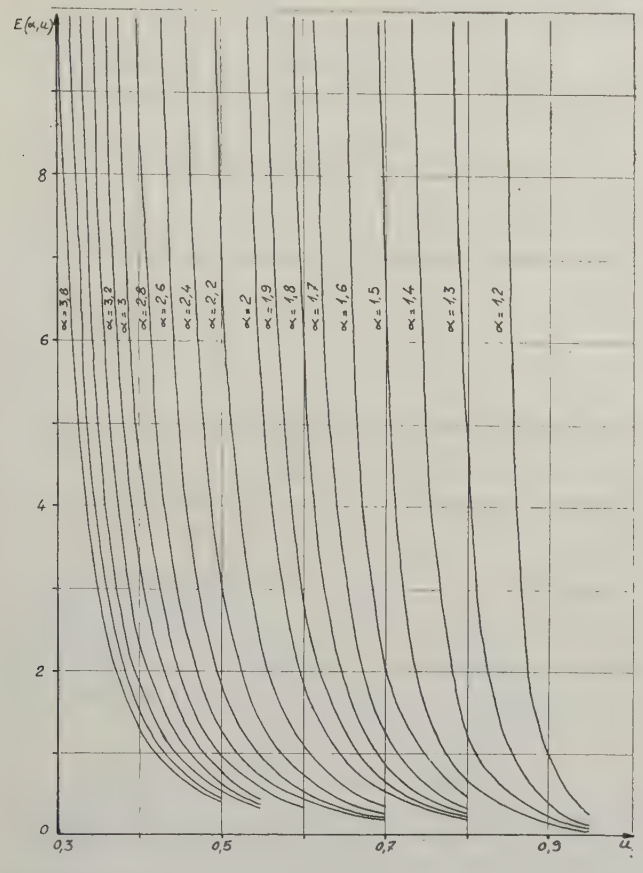

FIG. 18. — Courbes E(α, u) permettant de lire le rapport des épaisseurs de deux couches quand on ne tient pas compte du champ magnétique terrestre.

B. *La méthode.*

Pour déterminer le profil réel de la couche F, on pourrait utiliser la méthode du chapitre II en remplaçant $h'_s(u)$ par $H'(u)$. Après élimination de u entre deux relations, on aurait une relation fonction de 5 paramètres au lieu de 3 et la présentation des calculs sous forme de réseaux de courbes serait pratiquement impossible. Aussi procèderons-nous différemment.

Donnons-nous un profil réel constitué par une couche E dont la hauteur de la base est h_0, la fréquence maximum f_c et une épaisseur que nous ne préciserons pas. Au-dessus de f_c la fréquence de plasma diminue paraboliquement jusqu'à zéro, c'est la « vallée ». Du point de vue du retard, l'ensemble de ce profil réel est équivalent à une seule couche parabolique de fréquence maximum f_c et dont l'épaisseur est la somme des épaisseurs de la couche E et de la vallée, soit z_0 (fig. 19).

Puis, à partir de zéro, à l'altitude h_{0_1}, base de la couche F, la fréquence de plasma augmente de nouveau jusqu'au maximum f_{c_1}. L'épaisseur de cette couche F est z_{0_1}.

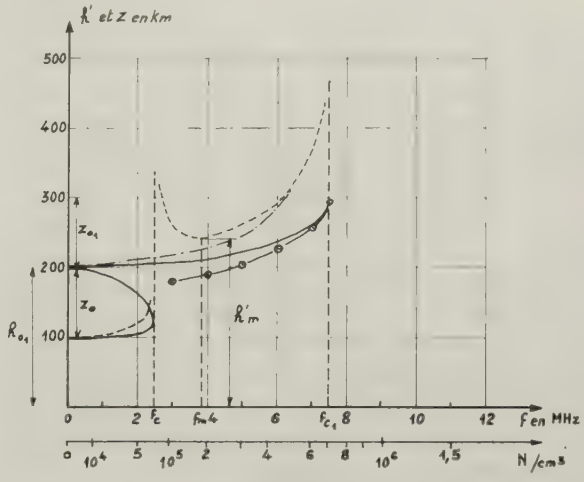

FIG. 19.

——————— profil réel.
·—·—·—· trace virtuelle de la couche F si elle existait seule.
— — — — trace virtuelle de la couche F tenant compte de la couche E et de la « vallée ».
—⊙—⊙— profil réel calculé par les coefficients de Kelso.

Remarquons que le profil ainsi choisi a une « vallée » profonde qui n'existe pas dans l'ionosphère réelle puisque la fréquence de plasma ne s'annule jamais entre les couches E et F. Mais le fait qu'elle soit plus ou moins profonde ne modifie que peu son influence sur les hauteurs virtuelles au niveau de la couche F et c'est surtout l'épaisseur et la fréquence maximum qui sont importantes. Un peu plus loin sera traité le cas d'une « vallée » peu profonde.

Ayant le profil réel, on peut calculer la courbe des hauteurs virtuelles de la couche F. L'expression (23 nous permet ce calcul en utilisant la lecture des courbes $\Gamma(u)$ et $\mathcal{R}(\alpha, u)$.

La trace virtuelle ainsi connue, nous allons retrouver le profil réel de F.

Les paramètres relevés sur la trace virtuelle sont f_c, f_m, f_{c_1} la M. U. F., h'_m.

Appliquons la méthode adoptée au chapitre II et considérons que la trace virtuelle est due à la seule couche F dont la M. U. F., f_{c_1}, f_m, h'_m sont donnés plus haut. Il convient de faire quelques remarques.

Si la couche F existait seule, la trace virtuelle serait différente, (elle figure en traits-points sur la figure 19) et certains paramètres qu'on lirait sur cette trace le seraient aussi.

Lorsque f_{c_1} est suffisamment grand devant f_c le retard devient petit pour des fréquences se rappro-

chant de f_{c_1}, et les deux traces virtuelles de la figure 19 finissent par se confondre. Si elles se confondent avant le point de tangence, la M. U. F. sera la même pour les deux traces. Des calculs numériques montrent qu'il en est ainsi quand $\alpha > 2{,}5$ et pourvu que z_0 ne dépasse pas 100 km. La M. U. F. n'est donc pas modifiée pour le cas qui vient d'être précisé.

On peut constater, par contre, que h'_m est modifié par le retard dû à la couche E.

f_{c_1} et f_m étant des fréquences ne sont pas modifiées.

Donc, ayant M et h'_m on peut lire, sur la figure 10, z_{0_1} correspondant. C'est une valeur provisoire de l'épaisseur de la couche F. Puis avec les paramètres f_m et f_c on peut déduire α et u_m qui sont portés dans l'expression (25). Une lecture des courbes de la figure 18 donne le rapport z_{0_1}/z_0 d'où z_0 provisoire.

On a ainsi obtenu l'épaisseur (provisoire) d'une couche parabolique équivalente à la couche E et à la « vallée ». Ayant la valeur $\mathcal{R}(\alpha, u)$ lue sur les courbes de la figure 17, on peut retrancher à h'_m la correction $\Delta h'_s = z_0\,\mathcal{R}(\alpha, u)$. La nouvelle valeur de h'_m ainsi obtenue doit être corrigée de nouveau comme au chapitre II car elle n'est pas la hauteur de la base de la couche F.

Après ces deux corrections sur h'_m, on obtient une valeur de h_{0_1} qui avec M nous permet de lire une valeur z_{0_1} plus exacte. On en déduit une nouvelle valeur de z_0.

On a ainsi déterminé z_{0_1}, h_{0_1} et z_0 qui doivent vérifier pour la valeur u_m l'expression (24) qui devient :

$$(26)\qquad h'_m = z_{0_1}\,\Gamma(u_m) + z_0\,\mathcal{R}(\alpha, u_m) + h_{0_1}.$$

Si cette expression n'est pas vérifiée, on recommence le procédé précédent avec h_{0_1} qui vient d'être trouvé. On recommence ces corrections jusqu'à ce que l'expression (26) soit vérifiée. En général, deux à trois cycles suffisent. Un exemple numérique fera mieux comprendre l'enchaînement des différentes opérations.

C. *Exemple numérique.*

Prenons l'exemple de la figure 19 en donnant des valeurs numériques.

Partons du profil réel suivant :

$$z_0 = 100 \text{ km} ; \qquad f_c = 2{,}5 \text{ MHz} ;$$
$$h_{0_1} = 200 \text{ km} ; \qquad z_{0_1} = 100 \text{ km} ; \qquad f_{c_1} = 7{,}5 \text{ MHz}.$$

La trace virtuelle déduite est celle de la figure 19 en tirets.

Reconstituons le profil réel en utilisant les paramètres lus suivants :

$$f_c = 2{,}5 \text{ MHz} ; \quad f_m = 3{,}7 \text{ MHz} ; \quad f_{c_1} = 7{,}5 \text{ MHz};$$
$$\text{M. U. F.} = 22{,}9 \text{ MHz} ; \quad h'_m = 248 \text{ km}.$$

On en déduit

$$\alpha = 3 ; \qquad u_m = 0{,}496 ; \qquad \text{M} = 3{,}06 ;$$

On peut lire sur les figures 5, 17, 18 :

$$\Gamma(u_m) = 0{,}264 ; \qquad \mathcal{R}(\alpha, u_m) = 0{,}216 ;$$
$$\text{E}(\alpha, u_m) = \frac{z_{0_1}}{z_0} = 1.$$

L'expression (26) s'écrit :

$$(27)\qquad h'_m = z_{0_1}\left[\Gamma(u_m) + \frac{\mathcal{R}(\alpha, u_m)}{\text{E}(\alpha, u_m)}\right] + h_{0_1}$$

et numériquement

$$(28)\qquad 248 = z_{0_1}.0{,}48 + h_{0_1}$$

M = 3,06 et $h'_m = 248$ nous permettent de lire (fig. 10) $z_{0_1} = 70$. C'est une valeur provisoire ainsi que $z_0 = 70$.

On peut alors corriger h'_m du retard apporté par la couche d'épaisseur z_0

$$h'_m \text{ (corrigé)} = 248 - z_0\,\mathcal{R}(\alpha, u_m) = 233.$$

Effectuons ensuite la correction de la hauteur de la base (comme au chapitre II).

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = h'_m \text{ (corrigé)} - z_{0_1}\,\Gamma(u_m)$$
$$= 233 - 70.0{,}264 = 215.$$

Recherchons z_{0_1} avec M = 3,06 et h_{0_1} (provisoire) = 215. La lecture de la figure 10 donne :

$$z_{0_1} = 92 \quad \text{d'où} \quad z_0 = 92.$$

$z_{0_1} = 92$ et $h_{0_1} = 215$ ne vérifient pas (28).

Effectuons de nouveau la correction du retard avec $z_0 = 92$

$$h'_m \text{ (corrigé)} = 248 - z_0\,\mathcal{R}(\alpha, u_m) = 228$$

puis la correction de la hauteur de la base :

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = h'_m \text{ (corrigé)} - z_{0_1}\,\Gamma(u_m)$$
$$= 228 - 0{,}624.92 = 204$$

La lecture de la figure 10, quand on a M = 3,06 et $h_{0_1} = 204$ donne

$$z_{0_1} = 100 \quad \text{d'où} \quad z_0 = 100.$$

Ces valeurs de z_{0_1} et h_{0_1} vérifient cette fois (28). La hauteur du maximum.

$$h_{\max} = z_{0_1} + h_{0_1} = 304 \text{ km}.$$

C'est la valeur à 1 % près du profil réel que nous avons choisi.

L'expression (7) permet le calcul de tout le profil de la couche F.

On peut voir sur la figure 19 le profil réel calculé par la méthode de KELSO. Il coïncide bien, à quelques km près, avec le profil calculé plus haut, dans une partie seulement. Lorsqu'on s'éloigne de la fréquence maximum, il s'écarte notablement du profil exact. Cet écart tient à une hypothèse faite par la méthode de KELSO, à savoir que le profil réel ne présente pas de vallée et qu'il a une variation monotone.

D. *Autre exemple numérique.*

Prenons l'exemple de la figure 20 où le profil réel choisi est constitué par : une couche E (courbe AB) d'épaisseur 20 km et de fréquence critique $f_c = 3$ MHz, une vallée (BC) dont la fréquence de plasma f_p^2 diminue linéairement jusqu'à $\frac{1}{2} f_c^2$ et dont l'épaisseur est égale à 80 km, et une couche F d'épaisseur $z_{0_1} = 120$ km, dont la fréquence critique est $f_{c_1} = 8{,}4$ MHz et la hauteur de la base $h_{0_1} = 192$ km.

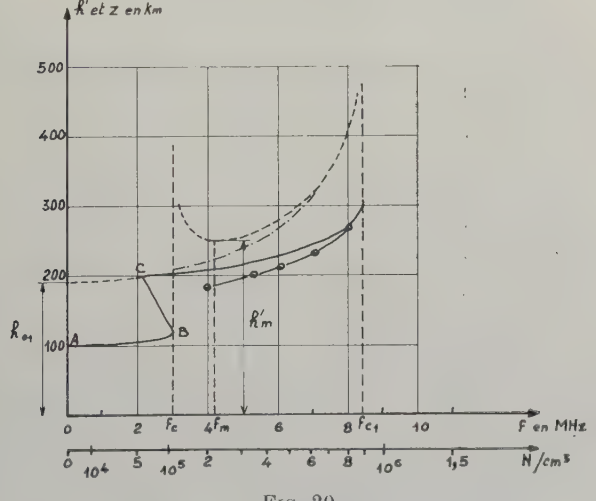

FIG. 20.

———— Profil réel.
•—•—•—• Trace virtuelle de la couche F si elle existait seule.
— — — — Trace virtuelle de la couche F tenant compte de la couche E et de la vallée.
—⊙—⊙— Profil réel calculé par les coefficients de Kelso.

La trace virtuelle correspondant à ce profil a été calculée (fig. 20) et nous voulons retrouver le profil réel. On relève sur la trace virtuelle les paramètres suivants :

$f_c = 3$ MHz ; $f_m = 4{,}2$ MHz ; $f_{c_1} = 8{,}4$ MHz ;
M. U. F. $= 24{,}8$ MHz ; $h'_m = 252$ km.

On en déduit :

$$\alpha = 2{,}8 \; ; \quad M = 2{,}96 \; ; \quad u_m = 0{,}5.$$

On peut lire sur les figures 5, 17, 18 :

$$\Gamma(u_m) = 0{,}27 \; ; \qquad \mathcal{R}(\alpha, u_m) = 0{,}25 \; ;$$

$$\frac{z_{0_1}}{z_0} = E(\alpha, u_m) = 1{,}25.$$

Portons ces valeurs dans (27), on a :

(29) $$252 = z_{0_1} \times 0{,}47 + h_{0_1}.$$

Ayant $M = 2{,}96$; $h'_m = 252$ on lit sur la figure 10, $z_{0_1} = 80$ et on déduit

$$z_0 = 64.$$

Corrigeons h'_m du retard apporté par la couche d'épaisseur z_0

$$h'_m \text{ (corrigé)} = h'_m - z_0 \, \mathcal{R}(\alpha, u_m) = 236.$$

Effectuons la correction de la hauteur de la base (comme au chapitre II)

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = h'_m \text{ (corrigé)} - z_{0_1} \, \Gamma(u_m) = 214.$$

Recherchons la nouvelle valeur de z_{0_1} (fig. 10) avec $M = 2{,}96$ et h_{0_1} (provisoire) $= 214$. On lit $z_{0_1} = 114$ et on déduit

$$z_0 = 91.$$

Cherchons si $z_{0_1} = 114$ et $h_{0_1} = 214$ vérifient (29).

On constate qu'il n'en est pas ainsi et il faut faire de nouvelles corrections à l'aide de $z_0 = 91$.

$$h'_m \text{ (corrigé)} = 252 - 91 . 0{,}25 = 229$$
$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = 229 - 114 . 0{,}27 = 198.$$

La nouvelle valeur de z_{0_1} (fig. 10) avec $M = 2{,}96$ et $h_{0_1} = 198$ est

$$z_{0_1} = 119.$$

Ces dernières valeurs de z_{0_1} et h_{0_1} vérifient (29). Elles sont donc bonnes.

On en déduit la hauteur du maximum d'ionisation

$$h_{\max} = z_{0_1} + h_{0_1} = 317 \text{ km}.$$

C'est à 1 % la valeur du profil réel qui a été choisi. L'expression (7) permet de calculer d'autres points du profil de la couche F. Comme précédemment, les résultats sont comparés à ceux obtenus par la méthode de J. M. KELSO. La hauteur du maximum trouvée est $h_{max} = 300$ km au lieu de 312 km, c'est-à-dire une erreur de 4 %. On peut voir sur la figure 20 que les autres points du profil s'écartent davantage du profil réel.

Remarque : Dans les deux exemples qui précèdent, nous n'avons pas eu à nous servir des épaisseurs de la couche E et de la vallée, puisque nous avons considéré au départ qu'elles ne modifiaient pas la trace virtuelle de F. Puis, par une méthode d'approximations successives, le profil réel primitivement trouvé a été corrigé pour tenir compte de E et de la vallée.

2. On tient compte du champ magnétique terrestre.

A. *La méthode.*

Elle est la même qu'au paragraphe précédent, mais les expressions utilisées pour les hauteurs virtuelles tiennent compte du champ magnétique terrestre.

Les hauteurs virtuelles de la couche F, si elle existait seule, sont données par :

$$h'_a(u, f_{c_1}) = z_{0_1}\,\Gamma(u, f_{c_1}) + h_{0_1}$$

en posant

$$\Gamma(u, f_{c_1}) = \Gamma(u) + \Delta(u, f_{c_1}).$$

En utilisant les expressions (17) et (21) on peut calculer les points des courbes (fig. 14) représentant $\Gamma(u, f_{c_1})$. Lorsque f_{c_1} n'est pas une valeur entière, par exemple 8,9 MHz, on peut interpoler entre 8 et 9 MHz la valeur de $\Gamma(u, f_{c_1})$.

Lorsque, en dessous de la couche F, existe une autre couche, les hauteurs virtuelles sont modifiées pour tenir compte du retard. Ce retard a été calculé à la fin du chapitre I. Il a été désigné par $\Delta h'_a/z_0$ et la figure 9 donne les courbes pour différentes valeurs de la fréquence critique f_c.

Ce retard, que nous désignerons par $\mathcal{R}$ est tracé sur la figure 9 en fonction de f_c et de $x = f/f_c$ où $f > f_c$. Pour ramener les abscisses à la fréquence critique f_{c_1} de la couche F on peut écrire :

$$x = \frac{f}{f_c}\cdot\frac{f_{c_1}}{f_{c_1}} = \alpha u$$

et l'expression du retard est $\mathcal{R}(\alpha, u, f_c)$. Les figures 21*a*, *b*, montrent des réseaux de courbes pour

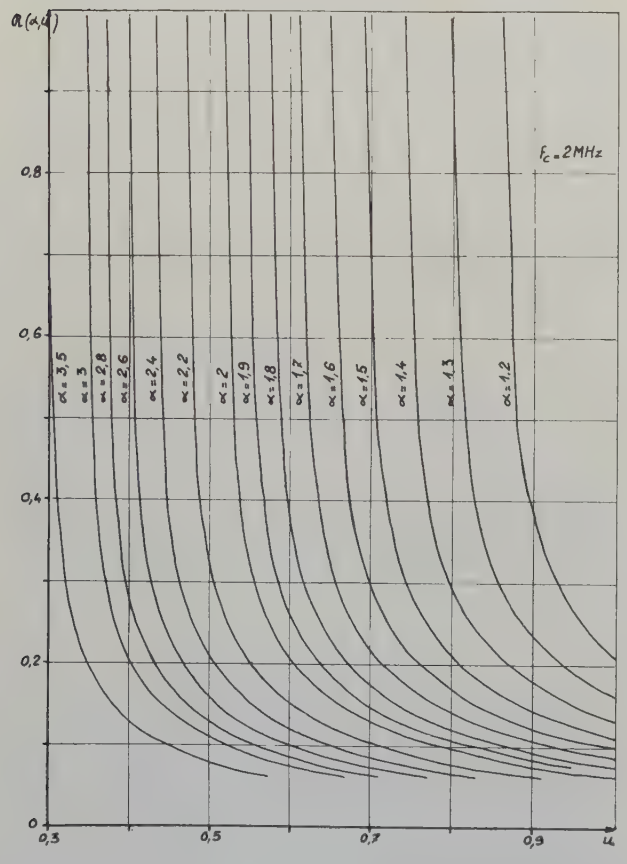

Fig. 21*a*. — Courbes retard $\mathcal{R}(\alpha, u, f_c)$ permettant de calculer le retard d'une onde dû à la traversée d'une couche d'épaisseur $z_0 = 1$ quand on tient compte du champ magnétique terrestre ; $f_c = 2$ MHz.

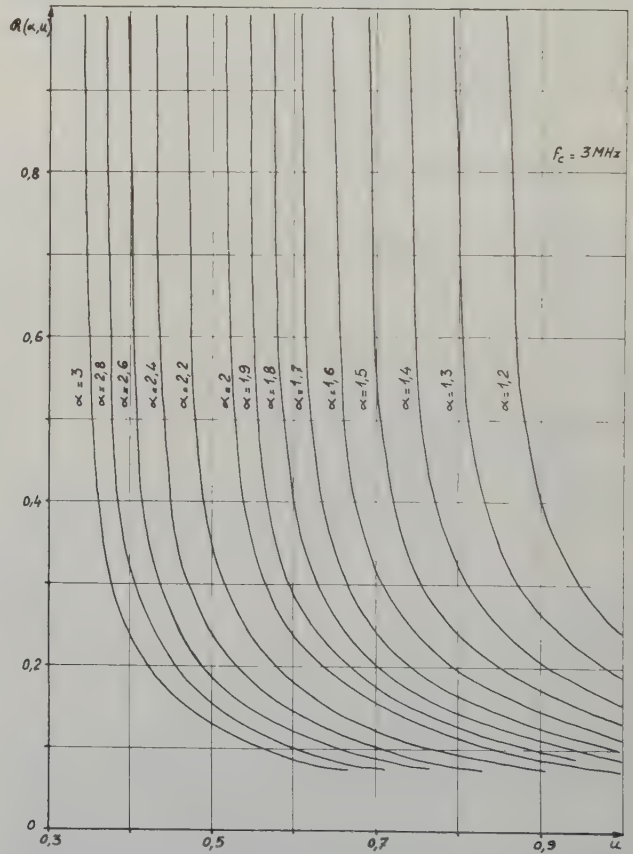

Fig. 21*b*. — Courbes retard $\mathcal{R}(\alpha, u, f_c)$ permettant de calculer le retard d'une onde dû à la traversée d'une couche d'épaisseur $z_0 = 1$ quand on tient compte du champ magnétique terrestre ; $f_c = 3$ MHz.

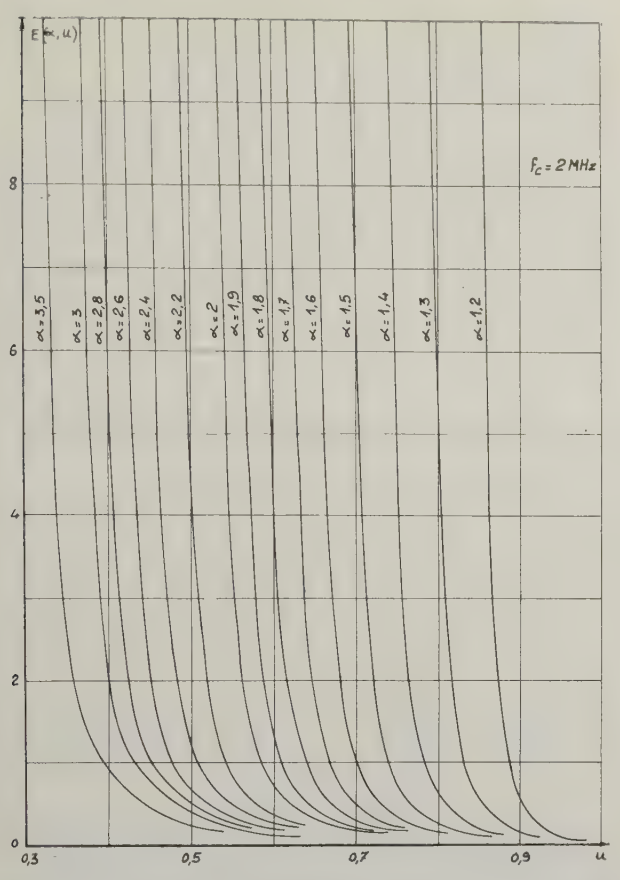

FIG. 22*a*. — Courbes E(α, *u*) permettant de lire le rapport des épaisseurs de deux couches quand on tient compte du champ magnétique terrestre ; $f_c = 2$ MHz.

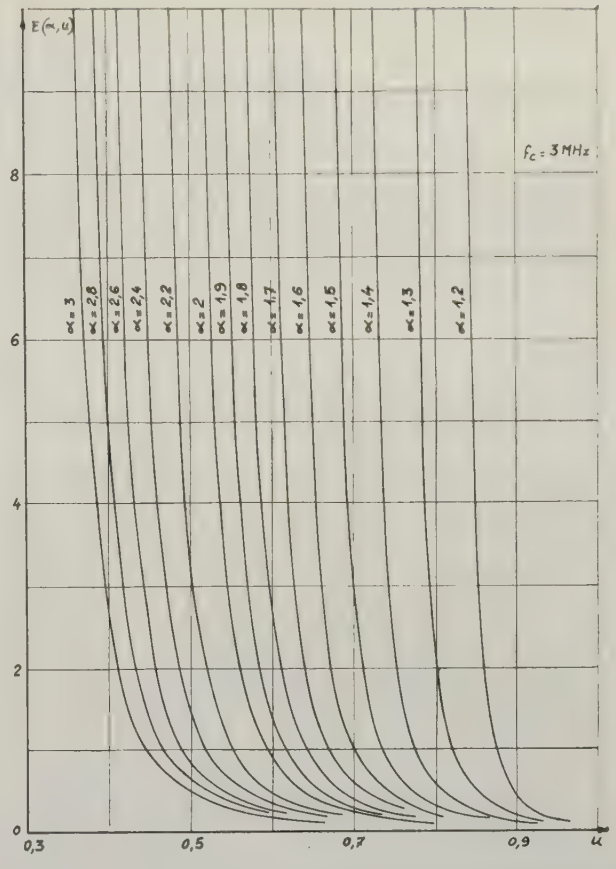

FIG. 22*b*. — Courbes E(α, *u*) permettant de lire le rapport des épaisseurs de deux couches quand on tient compte du champ magnétique terrestre ; $f_c = 3$ MHz.

deux valeurs de f_c. La courbe des hauteurs virtuelles de la couche F en présence d'une couche E s'écrit :

$$(30)\quad H'(u) = z_{0_1}\,\Gamma(u, f_{c_1}) + h_{0_1} + z_0\,\mathcal{R}(\alpha, u, f_c).$$

Comme précédemment, il y a une valeur de u_m pour laquelle $H'(u)$ est minimum. On l'obtient en annulant la dérivée de (30)
d'où

$$\frac{z_{0_1}}{z_0} = \frac{-\dfrac{d}{du}\,[\mathcal{R}(\alpha, u, f_c)]}{\dfrac{d}{du}\,[\Gamma(u, f_{c_1})]}.$$

La dérivée du numérateur est négative et l'expression de $z_{0_1}/z_0 = E(\alpha, u, f_c)$ est positive. Les figures 22*a*, *b*, montrent les courbes $E(\alpha, u, f_c)$ qui ont été calculées. Dans le paragraphe précédent, où l'on ne tient pas compte du champ magnétique terrestre, $E(\alpha, u)$ dépend du rapport $\alpha = f_{c_1}/f_c$. Ici $E(\alpha, u, f_c)$ dépend de f_c et aussi de f_{c_1} par l'intermédiaire de α.

En faisant figurer $E(\alpha, u, f_c)$ dans l'expression(30) elle s'écrit :

$$(31)\quad H'(u) = z_{0_1}\left[\Gamma(u, f_{c_1}) + \frac{\mathcal{R}(\alpha, u, f_c)}{E(\alpha, u, f_c)}\right] + h_{0_1}.$$

Nous allons illustrer, à l'aide d'un exemple, la méthode qui est exactement calquée sur celle exposée plus haut, mais au lieu des courbes des figures 5, 10, 17, 18, nous utiliserons les courbes des figures 14, 13, 21, 22 qui tiennent compte du champ magnétique terrestre.

B. *Exemple.*

Soit l'ionogramme de Poitiers du 30 août 1957 à 17.00H (fig. 23). On relève les paramètres suivants

$f_c = 3{,}05$ MHz ; $f_m = 3{,}4$ MHz ; $f_{c_1} = 8{,}9$ MHz ;
M. U. F. = 23,7 MHz ; $h'_m = 248$ km.

On en déduit

$$\alpha = 2{,}92\ ;\quad u_m = 0{,}382\ ;\quad M = 2{,}66.$$

On lit sur les courbes des figures 14, 21*b*, 22*b* :

$$\Gamma(u_m, f_{c_1}) = 0{,}160\ ;\quad \mathcal{R}(\alpha, u_m, f_c) = 0{,}346\ ;$$
$$E(\alpha, u_m, f_c) = 6{,}5.$$

Portons ces valeurs dans (31), on a :

(32) $$248 = z_{0_1}.0{,}213 + h_{0_1}$$

Ayant :

$$M = 2{,}66 \; ; \qquad h'_m = 248.$$

On lit, en interpolant entre les réseaux de courbes (analogues à ceux de la figure 13) (*) pour les fréquences 8 et 9 MHz, $z_{0_1} = 120$, d'où

$$z_0 = 19.$$

Corrigeons h'_m du retard apporté par la couche d'épaisseur z_0

$$h'_m \text{ (corrigé)} = h'_m - z_0\, \mathcal{R}(\alpha, u_m, f_c) = 241.$$

Effectuons la correction de la hauteur de la base

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = h'_m \text{ (corrigé)} - z_{0_1}\, \Gamma(u_m, f_{c_1}) = 222.$$

Recherchons la nouvelle valeur de z_{0_1} avec $M = 2{,}66$ et h_{0_1} (provisoire) $= 222$. On lit $z_{0_1} = 140$ et on déduit $z_0 = 22$. L'expression (32) n'est pas vérifiée par $z_{0_1} = 140$ et $h_{0_1} = 222$.

Faisons de nouvelles corrections avec $z_0 = 22$ et $z_{0_1} = 140$

$$h'_m \text{ (corrigé)} = 248 - 22.0{,}346 = 240.$$

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = 240 - 140.0{,}16 = 218.$$

La nouvelle valeur de z_{0_1} avec $M = 2{,}66$ et $h_{0_1} = 218$ est :

$$z_{0_2} = 144.$$

Ces deux dernières valeurs de z_{0_1} et h_{0_1} vérifient (32). Ce sont les bonnes valeurs. On peut déduire la hauteur du maximum.

$$h_{max} = 144 + 218 = 362 \text{ km}.$$

La figure 24 montre le profil réel calculé à l'aide de (7) quand on a trouvé z_{0_1} et h_{0_1}. On y voit aussi le profil déduit par la méthode de Schmerling qui a donné pour hauteur du maximum $h_{max} = 354$ km. Le reste du profil s'écarte notablement de celui calculé plus haut, pour les mêmes raisons qui ont été données au paragraphe 1-C.

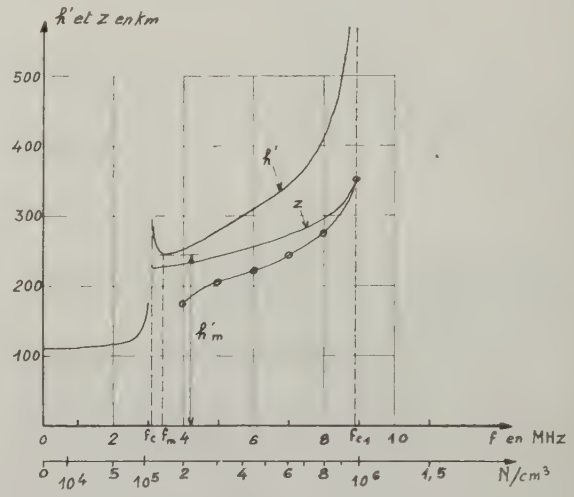

Fig. 24. — Profil réel z déduit de l'ionogramme de Poitiers du 30 août 1957 à 17 h 00.

CHAPITRE IV

Détermination du profil réel de la couche F en présence d'une couche E et d'une vallée. On considère le cas où α est inférieur à 2,5.

1. Calcul des corrections de M.

On peut voir sur la figure 25 un exemple d'ionogramme pour lequel $\alpha = 1{,}6$. Le profil réel, choisi *a priori*, est constitué par une couche E d'épaisseur 20 km de fréquence critique $f_c = 3$ MHz, une vallée dont la fréquence de plasma diminue linéairement jusqu'à une valeur telle que $f_p^2 = \frac{1}{2} f_c^2$ et d'épaisseur égale à 80 km, enfin une couche F d'épaisseur, $z_{0_1} = 120$ km, de fréquence critique $f_{c_1} = 4{,}8$ MHz dont la hauteur de la base est $h_{0_1} = 188$ km.

Les traces virtuelles correspondantes de la couche F lorsqu'elle est seule et lorsqu'elle est en présence d'une couche E et d'une vallée ont été calculées sans tenir compte du champ magnétique terrestre. Appelons a la première trace et b la deuxième.

Si, pour retrouver le profil réel, on veut utiliser la méthode exposée jusqu'ici, on se servira du facteur M, déduit en faisant glisser la courbe de transmission jusqu'à être tangente à la trace virtuelle. Dans l'exemple choisi, on constate que les deux traces virtuelles de la figure 25 vont donner deux

(*) Les réseaux de courbes tels que ceux des figures 13, 21, 22 se trouvent dans le texte pour quelques valeurs des fréquences critiques. Mais les calculs ont été effectués pour d'autres valeurs et sont disponibles. Ils correspondent au cas $f_H = 1{,}15$ MHz et $\psi = 67°6'$.

valeurs légèrement différentes de M. Soient M le facteur déduit de la trace b et N le facteur déduit de la trace a. M est la donnée expérimentale dont on dispose après dépouillement des ionogrammes, alors que N est le facteur qu'on aurait si la couche F existait seule. C'est N qu'il faut utiliser pour avoir un profil réel correct selon la méthode exposée jusqu'ici.

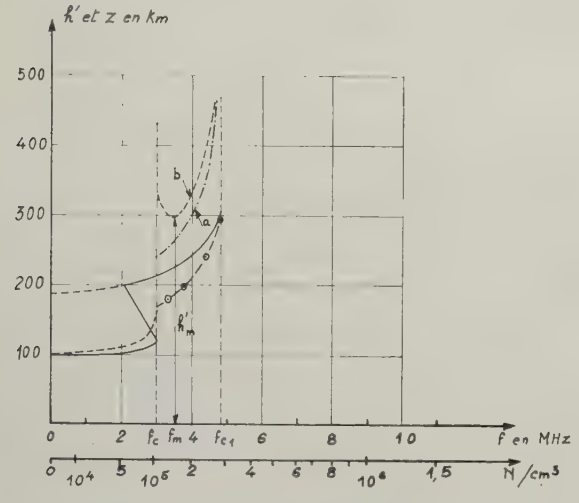

FIG. 25.

———— Profil réel.
.—.—.—. Trace de la couche F si elle existait seule.
– – – – – Trace virtuelle de la couche F tenant compte de la couche E et de la vallée.
—⊙—⊙— Profil réel calculé par les coefficients de Kelso.

Remarquons que M est plus petit que N. En effet, lorsque la courbe de transmission est tangente à la courbe b, on lit sur l'axe des fréquences la M. U. F. (fig. 4). Cette courbe de transmission ainsi placée coupe la courbe a en deux points. Pour être tangente à a, la courbe de transmission sera déplacée vers la droite, ce qui donne une valeur de M. U. F. plus grande. Les fréquences critiques étant les mêmes pour a et b, N sera plus grand que M.

Nous nous proposons donc de calculer la correction ε qu'il faut apporter à M, pour trouver N lorsqu'on tient compte de E et de la vallée.

Au chapitre I, nous avons écrit deux relations traduisant que h'_1 et h'_s se coupent en un point et qu'elles sont tangentes. Cela nous a donné

$$(33)\qquad -2{,}05\frac{N^2}{u^2}+865\frac{u}{N-u}=z_{0_1}\frac{u}{2}\operatorname{Log}\left(\frac{1+u}{1-u}\right)+h_{0_1}$$

$$(34)\qquad 4{,}1\frac{N^2}{u^3}+865\frac{N}{(N-u)^2}=\frac{z_{0_1}}{2}\left[\operatorname{Log}\left(\frac{1+u}{1-u}\right)+\frac{2u}{1-u^2}\right].$$

Nous avons remplacé, par rapport aux relations du chapitre I, M par N puisque celui-ci est le facteur lorsque F existe seule et z_0 et h_0 par z_{01} et h_{01} puisque z_0 désigne maintenant l'épaisseur d'une couche parabolique équivalente à E et la vallée. Si on veut tenir compte du retard dû à la couche d'épaisseur z_0 pour écrire deux relations comme (33) et (34), il faut remplacer $h'_s(u)$ par $H'(u)$ donné par (23). On a :

$$(35)\qquad -2{,}05\frac{M^2}{u^2}+865\frac{u}{M-u}=z_{0_1}\frac{u}{2}\operatorname{Log}\left(\frac{1+u}{1-u}\right)+h_{0_1}+z_0\left[\frac{\alpha u}{2}\operatorname{Log}\left(\frac{\alpha u+1}{\alpha u-1}\right)-1\right].$$

$$(36)\qquad 4{,}1\frac{M^2}{u^3}+865\frac{M}{(M-u)^2}=\frac{z_{0_1}}{2}\left[\operatorname{Log}\left(\frac{1+u}{1-u}\right)+\frac{2u}{1-u^2}\right]+\frac{z_0}{2}\left[\alpha\operatorname{Log}\left(\frac{\alpha u+1}{\alpha u-1}\right)+\frac{2\alpha^2 u}{1-\alpha^2u^2}\right].$$

M est le facteur déduit d'une trace telle que b.

N a été calculé en fonction de M, z_0, α à l'aide des quatre relations (33), (34), (35), (36), et des courbes ont été tracées de $\varepsilon = N - M$ en fonction des mêmes paramètres.

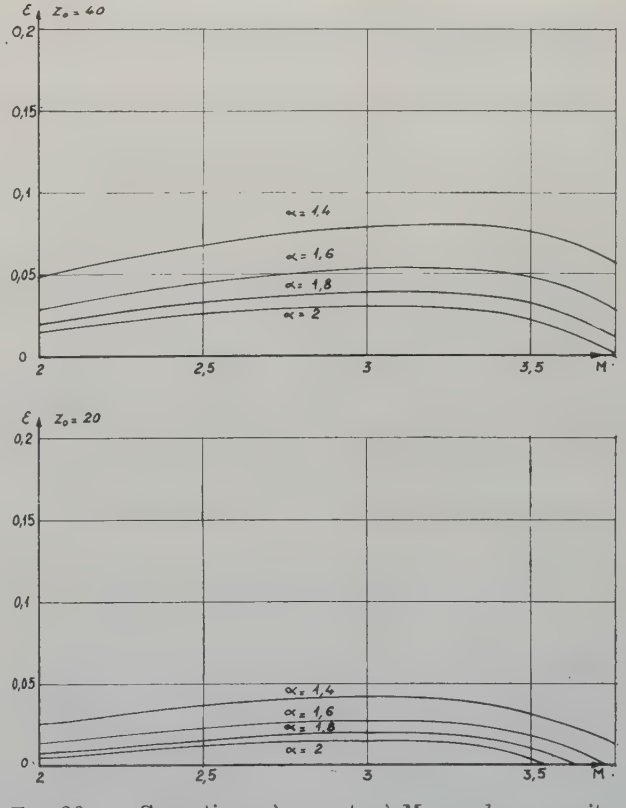

FIG. 26a. — Correction ε à apporter à M quand on connait α, M et z_0.

On peut voir ces courbes sur les figures 26*a*, *b*.

Si on connaît M (valeur expérimentale), z_0 et α, on peut lire ε qui est le terme correctif à apporter à M pour se ramener à un facteur N qu'on aurait trouvé si la couche F existait seule.

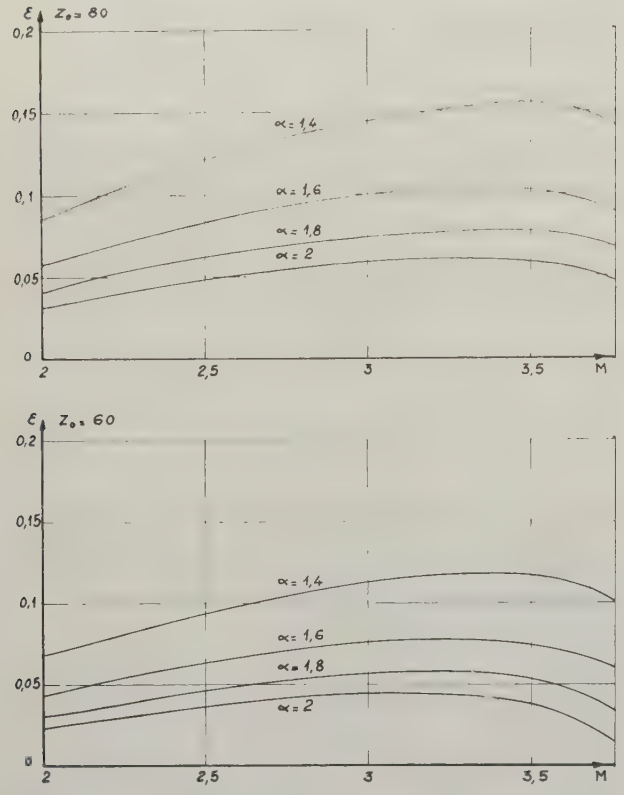

FIG. 26*b*. — Correction ε à apporter à M quand on connait α, M et z_0.

Remarquons par les deuxièmes membres des expressions (35) et (36) que nous n'avons pas tenu compte du champ magnétique terrestre. Si on voulait en tenir compte, il faudrait ajouter un terme correctif dépendant d'un autre paramètre (la fréquence critique), ce qui rendrait les calculs beaucoup plus lourds et la représentation graphique pratiquement impossible sans modifier d'une manière appréciable ε qui est déjà un terme correctif petit devant M.

2. LA MÉTHODE.

Elle consiste, comme au chapitre III, à utiliser les paramètres M et h'_m pour lire sur des abaques l'épaisseur z_{0_1} provisoire de la couche F, à en déduire l'épaisseur z_0 de la couche équivalente située en dessous de F, puis à faire les corrections successives pour vérifier une relation telle que (26).

Prenons l'exemple de la figure 25. On relève sur la trace virtuelle les paramètres suivants :

$$f_c = 3 \text{ MHz} ; \quad f_m = 3{,}6 \text{ MHz} ; \quad f_{c_1} = 4{,}8 \text{ MHz} ;$$
$$\text{M. U. F.} = 13{,}8 \text{ MHz} ; \quad h'_m = 320 \text{ km}.$$

On en déduit :

$$\alpha = 1{,}6 ; \quad \text{M} = 2{,}88 ; \quad u_m = 0{,}75 ;$$

On lit sur les courbes des figures 5, 17, 18 :

$$\Gamma(u_m) = 0{,}73 ; \quad \mathcal{R}(\alpha, u_m) = 0{,}44 ;$$

$$\frac{z_{0_1}}{z_0} = \text{E}(\alpha, u_m) = 0{,}98 ;$$

Portons ces valeurs dans (27), on a :

(37) $$320 = z_{0_1}.1{,}18 + h_{0_1}.$$

Ayant M = 2,88 ; $h'_m = 320$, on lit sur la figure 10 : $z_{0_1} = 54$ et on déduit

$$z_0 = 55.$$

A partir de ces deux valeurs, nous pouvons faire trois corrections :

1. La correction due au retard de la couche d'épaisseur z_0

$$h'_m \text{ (corrigé)} = h'_m - z_0\, \mathcal{R}(\alpha, u_m) = 296.$$

2. La correction de la hauteur de la base

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = h'_m \text{ (corrigé)} - z_{0_1}\, \Gamma(u_m) = 257.$$

3. La correction de M. On lit sur les courbes des figures 26 la valeur ε quand on connaît z_0, α, M, qu'il faut ajouter à M.

$$\text{M (corrigé)} = \text{M} + \varepsilon = 2{,}88 + 0{,}07 = 2{,}95.$$

Ayant M = 2,95

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = 257.$$

On lit sur la figure 10, $z_{0_1} = 80$ et $z_0 = 79$.

On constate que $z_{0_1} = 80$ et $h_{0_1} = 257$ ne vérifient pas (37).

Avec $z_{0_1} = 80$ et $z_0 = 79$, on recommence les corrections et on voit si la relation (37) se trouve vérifiée. Il a été nécessaire de faire quatre cycles de corrections pour que la relation (37) soit vérifiée et aboutir au résultat :

$$z_{0_1} = 117 \text{ km} \quad h_{0_1} = 193 \text{ km} \quad z_0 = 119 \text{ km}.$$

Ce qui donne la hauteur du maximum d'ionisation :

$$h_{\max} = 310 \text{ km}.$$

On peut voir que, à quelques km près, on retrouve le profil réel qui a été choisi au départ et dont la hauteur du maximum est 308 km.

Le calcul a été long puisqu'il a nécessité quatre cycles de trois corrections chacun. Cela est dû au fait que nous sommes partis de paramètres M et surtout h'_m très différents des valeurs qu'ils auraient si la couche F existait seule. Néanmoins, les résultats obtenus sont bons et on peut les comparer à ceux obtenus par les coefficients de KELSO qui fournissent comme hauteur du maximum 290 km. On voit sur la figure 25 qu'on s'écarte, au dessous du maximum, d'une manière importante par rapport au profil choisi.

3. EXEMPLE OÙ $\vec{H}$ INTERVIENT.

Soit l'ionogramme de Garchy du 18 janvier 1961 à 08.45 H (fig. 27). On relève les paramètres suivants :

$f_c = 2{,}4$ MHz ; $f_m = 2{,}8$ MHz ; $f_{c_1} = 3{,}5$ MHz ;
M· U. F. = 11,9 MHz ; $h'_m = 250$ km.

On en déduit :

$$\alpha = 1{,}46 \; ; \quad u_m = 0{,}8 \; ; \quad M = 3{,}4 \; ;$$

On lit sur les courbes des figures 14, 21*a*, 22*a* :

$$\Gamma(u_m, f_{c_1}) = 1{,}02 \; ; \quad \mathcal{R}(\alpha, u_m, f_c) = 0{,}267 \; ;$$
$$E(\alpha, u_m, f_c) = 0{,}42 \; ;$$

Portons ces valeurs dans (31) on a :

(38) $$250 = z_{0_1}.1{,}655 + h_{0_1}.$$

Ayant $M = 3{,}4$; $h'_m = 250$, on lit sur les courbes des figures 13 : $z_{01} = 22$, et on déduit

$$z_0 = 52.$$

A partir de ces deux valeurs, nous pouvons faire trois corrections :

1. La correction due au retard de la couche d'épaisseur z_0

$$h'_m \text{ (corrigé)} = h'_m - z_0 \mathcal{R}(\alpha, u_m, f_c) = 236.$$

2. La correction de la hauteur de la base :

$$h_{0_1} \text{ (provisoire)} = h'_m \text{ (corrigé)} - z_{0_1} \Gamma(u_m, f_{c_1}) = 214.$$

3. La correction de M. On lit sur les courbes des figures 26, la valeur de ε correspondant à $M = 3{,}4$, $\alpha = 1{,}46$, $z_0 = 52$. D'où :

$$M \text{ (corrigé)} = M + \varepsilon = 3{,}4 + 0{,}09 = 3{,}49$$

Ayant $M = 3{,}49$; h_{0_1} (provisoire) = 214.

On lit sur les courbes des figures 13, $z_{0_1} = 37$ et on déduit $z_0 = 88$. On constate que $z_{0_1} = 37$ et $h_{0_1} = 214$ ne vérifient pas (38).

Avec $z_{0_1} = 37$ et $z_0 = 88$ on recommence un deuxième cycle de trois corrections. Il a été nécessaire d'effectuer quatre cycles de corrections pour vérifier l'expression (38).

On trouve $z_{0_1} = 55$, $h_{0_1} = 162$ et $z_0 = 131$.

La hauteur du maximum d'ionisation est :

$$h_{max} = 217 \text{ km}.$$

La hauteur du maximum déduite par la méthode de SCHMERLING est $h_{max} = 214$ km. La figure 28 montre l'écart entre le profil de SCHMERLING (points cerclés) et le profil déduit plus haut.

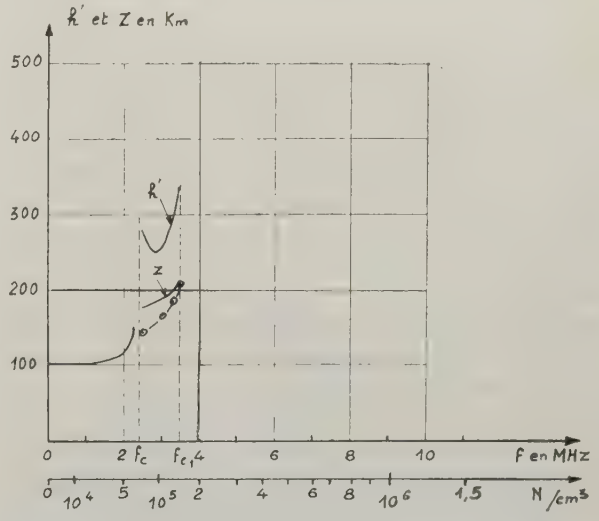

FIG. 28. — Profil réel z déduit de l'ionogramme de Garchy du 18 janvier 1961 à 08.45 H.

Comme pour l'exemple précédent, le calcul nécessite quatre cycles de corrections pour la même raison qu'on part de paramètres trop différents de ceux qu'aurait donné la couche F si elle existait seule.

Le calcul devient plus difficile encore si on tente d'appliquer la méthode à un ionogramme où $\alpha < 1{,}4$. En effet, dans ce cas, la trace virtuelle se trouve modifiée par l'ionisation située en dessous de F, d'une façon aussi importante que la contribution de la couche F à cette trace virtuelle. On ne peut donc plus parler de corrections qui doivent rester petites devant la contribution due à F seule.

4. CAS OU L'ON A LES COUCHES F_1 ET F_2.

La détermination du profil réel correspondant à la trace virtuelle de F_1 se fait de la manière qui a été indiquée jusqu'ici. Quant à la trace virtuelle de F_2, on peut aussi utiliser la même méthode, mais là pour que le calcul soit valable, il faut que le rapport des fréquences critiques des couches F_1. et F_2, $\beta = f_{c_2}/f_{c_1}$ soit au moins égal à 2. En effet, la trace virtuelle de F_2 est non seulement modifiée par la présence de E et de la vallée mais aussi de F_1.

CHAPITRE V

Discussion et conclusion.

Depuis qu'on dispose d'ionogrammes pour étudier l'ionosphère, un gros effort a été fait pour transformer les hauteurs virtuelles qu'ils donnent en hauteurs réelles de réflexions, c'est-à-dire en profils de densité électronique. La méthode des matrices de K. G. Budden, qui a été publiée en 1954 [7], a semblé au début résoudre complètement le problème de cette transformation. Mais on s'est aperçu à l'usage qu'elle présente des lacunes et qu'elle a l'inconvénient de nécessiter un calcul long (multiplication d'une matrice par un vecteur). Ce calcul ne peut être entrepris qu'avec une machine à calculer. Il n'est pas possible d'avoir la hauteur du maximum d'ionisation puisqu'on ne peut avoir les hauteurs réelles qu'à intervalle de fréquence régulier (par exemple tous les 0,2 MHz) et que la fréquence critique se trouve presque toujours au milieu de l'intervalle. D'ailleurs même si la fréquence critique se trouve être un multiple entier de 0,2 MHz on ne sait pas lire la hauteur virtuelle correspondante puisqu'elle est infinie. Aussi les utilisateurs de cette méthode, après avoir calculé plusieurs points du profil, recherchent une forme parabolique passant par plusieurs de ces points au voisinage du maximum.

D'autre part il faut remarquer que la méthode de Budden ne fait aucune hypothèse sur la forme du profil, sinon qu'il varie linéairement dans un petit intervalle de fréquence de plasma et qu'il est monotone. Mais le profil n'est pas monotone puisque au-dessus du maximum de la couche E la densité électronique diminue pour augmenter de nouveau dans la couche F. La preuve a été donnée de l'existence de cette « vallée » par des mesures faites en fusée. Cette hypothèse que le profil est monotone est la cause d'erreurs qui peuvent s'introduire en tous les points du profil jusqu'au maximum d'ionisation.

Pour remédier à la lourdeur des calculs, E. R. Schmerling a proposé, comme nous l'avons déjà rappelé, une autre méthode qui dérive de la précédente et qui consiste à utiliser un nombre de coefficients plus petit, une dizaine. Cette méthode contenant les mêmes hypothèses que la précédente on peut lui faire les mêmes critiques et notamment qu'il n'est pas possible de connaître la hauteur du maximum d'ionisation puisqu'il faut lire une hauteur virtuelle correspondant à une fréquence qui est 0,995 fois la fréquence critique. Or cette hauteur ne peut pas être lue parce qu'elle correspond à une fréquence trop rapprochée de la fréquence critique.

Par la méthode qui a été exposée, on s'est efforcé de remédier aux lacunes ci-dessus.

Tout d'abord il n'est pas nécessaire d'utiliser l'ionogramme pour avoir le profil réel puisqu'on se sert de paramètres fournis en cours de dépouillement, paramètres publiés en grand nombre, mais insuffisamment exploités. Cependant, l'un des paramètres dont nous nous sommes servi, la fréquence correspondant à la hauteur du minimum de la couche F, n'est pas relevée au cours du dépouillement et par conséquent n'est pas publiée. Il est donc nécessaire de consulter les ionogrammes pour prélever le paramètre qui manque. Une tentative a été faite de calculer les valeurs médianes mensuelles de ce paramètre en fonction de l'heure de la journée, mais ces médianes ont une dispersion trop forte pour la précision de lecture du paramètre.

La méthode est relativement simple à utiliser puisqu'elle se borne à lire sur des abaques une grandeur caractéristique, l'épaisseur du profil supposé parabolique, et à déduire par un calcul rapide la hauteur de la base. Dans le cas simple d'une couche F unique, le calcul est immédiat et les paramètres utilisés : la fréquence critique ; la fréquence minimum, la M. U. F. et la hauteur minimum sont tous publiés. Ce cas concerne un grand nombre d'ionogrammes : ceux de nuit.

A mesure que l'ionogramme se présente sous une forme plus compliquée, le calcul est moins immédiat puisqu'il est nécessaire de faire des corrections et même quelquefois plusieurs cycles de corrections. Mais lorsque ces calculs sont les plus longs ils restent compétitifs avec ceux des autres méthodes. Il est possible d'ailleurs de programmer sur une machine à calculer ces cycles de corrections à condition d'introduire dans la machine les abaques sous forme analytique pour pouvoir être lus.

Un autre avantage de la méthode est qu'elle fournit rapidement des paramètres significatifs de l'ionosphère qui peuvent être utilisés séparément de multiples façons. Ces paramètres sont la hauteur du maximum d'ionisation, l'épaisseur et la hauteur de la base d'une couche. Il est plus aisé, pour les géophysiciens et les utilisateurs en propagation, de dis-

poser d'un petit nombre de paramètres que d'une longue suite de hauteurs réelles telles qu'on publie actuellement, et dont aucune n'a plus d'importance que l'autre.

J'exprime à M. le Pr K. Rawer, qui m'a proposé le sujet, ma profonde gratitude pour l'intérêt qu'il m'a manifesté et les conseils utiles qu'il m'a prodigués.

Je remercie M. A. Lebeau qui m'a encouragé dans mon travail, ainsi que Mmes G. Effelbaum et C. Taieb pour les nombreux calculs qu'elles m'ont effectués.

Je remercie également M. Staes pour le grand nombre de dépouillement qu'il a réalisé.

Manuscrit, reçu le 1er *juin* 1962.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Booker H. G. et Seaton S. L., janvier 1940, Relation between actual and virtual ionospheric height. *Phys. Rev.*, **57**, 87-94.

[2] Rateliffe J. A., décembre 1951, A quick method for analysing ionospheric records. *Journ. Geophys. Res.*, **56**, 463-485.

[3] Shinn D. H. et Whale H. A., 1952, Group velocities and group heights from the magneto-ionic theory. *J. Atm. Terrest. Phys.*, **2**, nº 2, 85.

[4] Argence E. et Mayot M., juin 1953, A method for the determination of the true heights of ionospheric layers, allowing for the effect of the earth's magnetic field. I : Using an approximation for the refractive index (Ordinary ray). *J. Geophys. Res.*, **58**, 147-165.

Décembre 1953, II : Using the exact value of the refractive index (Ordinary ray). *J. Geophys. Res.*, **58**, 493-496.

[5] Beynon W. J. G. et Thomas J. O., 1956, The calculation of the true heights of reflection of radio waves in the ionosphere. *J. Atmos. Terrest. Phys.* (G.-B.), **9**, 184-200.

[6] Becker W., février 1956, A method for the routine evaluation of the true distribution of the electron density in an ionospheric layer from the ionograms of this layer. *A. E. U.* (Germany) **10**, 207-214.

[7] Budden K. G., 1954, A method for determining the variation of electron density with height (N(h) curves) from curves of equivalent height versus frequency $h'(f)$. *Report Cambridge Conf. Ionospheric Phys.* (Phys. Soc. London), 332-319.

[8] Schmerling E. R., août 1958, An easily applied method for the reduction of $h'(f)$ record to N(h) profiles including the effects of the earth's magnetic field. *J. Atmos. Terrest. Phys.*, **12**, 8-16.

[9] Titheridge J. E., 1959, The calculation of true and virtual heights of reflection in the ionosphere. *J. Atmos. Terrest. Phys.*, **17**, 96.

[10] Paul A. K., 1960, Kritische Bermerkungen zur Berechnung der Wahren Höhen. *Geofisica Pura e Applicata*, **47**, III.

[11] Argence E., 1954, Methoden zur bestimmung der wahren Höhen der Ionosphärenschichten. *Zeitschrift für Geophysik*, **20**, 91.

[12] Paul A. K., 1960, Aktive Hochfrequenz spectrometer für Ionosphärische Echolotung. III. Bestimmung der wahren aus der Scheinbaren Reflexionshöhe. *Archiv der Elektrischen Übertragung*, **14**, Heft 10, 468.

[13] Storey L. R. O., 1960, The joint use of the ordinary and extraordinary virtual height curves in determining ionospheric layer profiles. *Journ. of Res. of the N. B. S.*, **64**, nº 2.

[14] Budden K. G., 1961, Radio waves in the ionosphere, Cambridge University Press, p. 186.

[15] Newbern Smith, mai 1939, The relation of radio sky-wave transmission to ionosphere measurements. *P. I. R. E.* (U. S. A.), 332.

[16] Shinn D. H., sept. 1954, Tables of group refractive index for the ordinary ray in the ionosphere The physics of the ionosphere, Cavendish Laboratory, Cambridge.

[17] Becker N., 1960, Tables of ordinary and extraordinary refractive indices, group refractive indices and $h'o$, $x(f)$ — curves for standard ionospheric layer models. Mitteilungen aus dem Max-Planck, *Institut für Aeronomic*, nº 4, 1.

[18] Piggott W. R. et Rawer K., 1961, URSI Handbook of ionogram interpretation and reduction, Elsevier Publishing Company, p. 109.

[19] Piggott W. R. et Rawer K., 1961, URSI Handbook of ionogram interpretation and reduction, Elsevier Publishing Company, p. 110 à 115.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION 2

CHAPITRE I. — DÉFINITIONS ET RAPPEL DES FORMULES SUR LA PROPAGATION DES ONDES DANS UN MILIEU IONISÉ 3
1. Les ionogrammes 3
2. Détermination du « facteur de M. U. F. ». 4
3. Calcul des hauteurs virtuelles quand on suppose le profil réel de forme parabolique. 6
A. Cas où le champ magnétique terrestre n'intervient pas 7
B. Cas où le champ magnétique terrestre intervient 7
4. Calcul du retard apporté à la propagation d'une onde qui traverse une couche ionisée 8
A. Cas où le champ magnétique terrestre n'intervient pas 8
a) Le profil réel est parabolique 8
b) Le profil réel est linéaire 9
B. Cas où le champ magnétique terrestre intervient 10

CHAPITRE II. — DÉTERMINATION DU PROFIL RÉEL DANS LE CAS SIMPLE OU IL Y A UNE SEULE COUCHE D'IONISATION, LA COUCHE F (IONOGRAMME DE NUIT) 10
1. Le champ magnétique terrestre n'intervient pas 10
A. La méthode 11
B. Correction de la hauteur de la base 11
C. Un exemple 11
2. Le champ magnétique terrestre intervient 12
A. La méthode 12
B. Correction de la hauteur de la base 12
C. Un exemple 13

CHAPITRE III. — DÉTERMINATION DU PROFIL RÉEL DE LA COUCHE F QUAND IL Y A UNE COUCHE E ET UNE VALLÉE. ON CONSIDÈRE LE CAS OU LE RAPPORT DES FRÉQUENCES CRITIQUES α DES COUCHES F ET E EST SUPÉRIEUR OU ÉGAL A 2,5 13
1. On ne tient pas compte du champ magnétique terrestre. 14
A. Calcul de la hauteur virtuelle minimum de la couche F 14
B. La méthode 15
C. Exemple numérique 16
D. Autre exemple numérique 17
2. On tient compte du champ magnétique terrestre. 18
A. La méthode 18
B. Un exemple 19

CHAPITRE IV. — DÉTERMINATION DU PROFIL RÉEL DE LA COUCHE F EN PRÉSENCE D'UNE COUCHE E ET D'UNE VALLÉE. ON CONSIDÈRE LE CAS OU α EST INFÉRIEUR A 2,5 20
1. Calcul des corrections de M 20
2. La méthode 22
3. Un exemple où $\vec{H}$ intervient 23
4. Cas où l'on a les couches F_1 et F_2 23

CHAPITRE V. — DISCUSSION ET CONCLUSION. 24

Imprimerie TAFFIN-LEFORT, à Lille (France). — *Published in France.*

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Étude de la basse ionosphère par l'observation radioélectrique des trainées de météorites

Vu et approuvé :
Paris, le 6 Octobre 1962
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
M. Zamansky.

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
Jean Roche.